Nom : .... Prénom : ....

RENDRE TOUT LE SUJET AVEC VOTRE COPIE

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL « BLANC »

MARDI 16 AVRIL 2019

MATHÉMATIQUES

Série ES : enseignement de spécialité

Coefficient : 7

Durée de l'épreuve : 3 heures.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

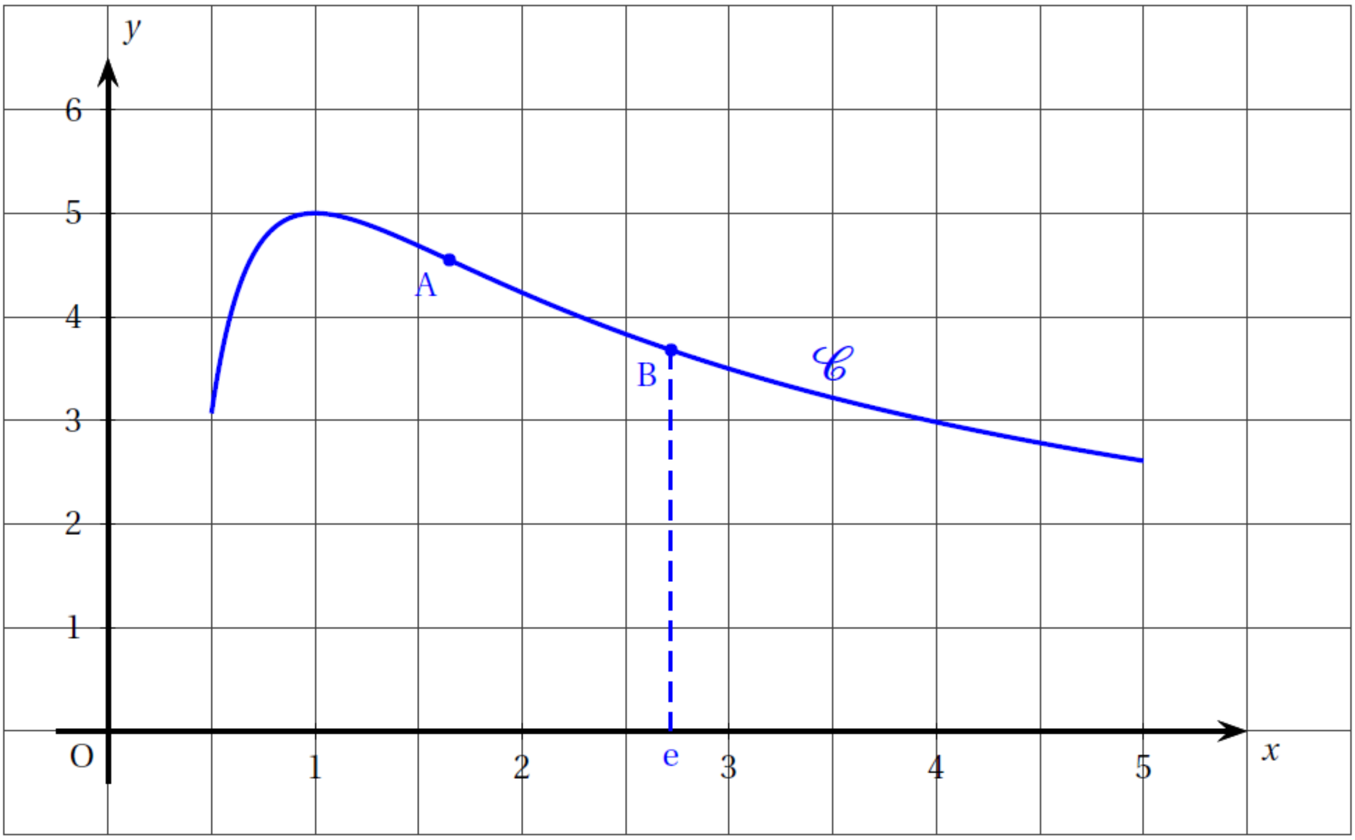
Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées.

EXERCICE 1 [5 points] *Commun à tous les candidats*

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).
Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5;5]$ par : $f(x)=\dfrac{5+5\ln x}{x}$.

Sa représentation graphique est la courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous dans un repère d'origine O.
On admet que le point A placé sur le graphique est le seul point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[0,5;5]$. On note B le point de cette courbe d'abscisse e.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur cet intervalle.
On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f et f'' sa fonction dérivée seconde.



On admet que pour tout x de l'intervalle $[0,5;5]$ on a : $f'(x)=\dfrac{-5\ln x}{x^2}$ et $f''(x)=\dfrac{10\ln x-5}{x^3}$.

1. La fonction f' est :

a. positive ou nulle sur l'intervalle $[0,5;5]$

b. négative ou nulle sur l'intervalle $[1;5]$

c. négative ou nulle sur l'intervalle $[0,5;1]$

2. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B est égal à :

a. $-\dfrac{5}{e^2}$ **b.** $\dfrac{10}{e}$ **c.** $\dfrac{5}{e^3}$

3. La fonction f' est :

a. croissante sur l'intervalle $[0{,}5\,;1]$

b. décroissante sur l'intervalle $[1\,;5]$

c. croissante sur l'intervalle $[2;5]$

4. La valeur exacte de l'abscisse du point A de la courbe $\mathscr{C}$ est égale à :

a. 1,65 **b.** 1,6 **c.** $e^{0{,}5}$

5. On note $\mathscr{A}$ l'aire, mesurée en unités d'aire, du domaine plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=1$ et $x=4$. Cette aire vérifie :

a. $20 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 30$ **b.** $10 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 15$ **c.** $5 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 8$

EXERCICE 2 [5 points] *Commun à tous les candidats*

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de surréservation afin d'abaisser les coûts.
Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site Internet de la compagnie.

Partie A

Une étude réalisée par la compagnie a établi que, sur cette ligne, pour une réservation en agence, 5 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement alors que, pour une réservation par Internet, 2 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement.
Les réservations en agence représentent 30 % de l'ensemble des réservations.
Pour un embarquement donné et une réservation prise au hasard, on considère les évènements suivants :

- A : « la réservation a été faite en agence » ;
- I : « la réservation a été faite par Internet » ;
- E : « le passager se présente à l'embarquement ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.

2. Démontrer que la probabilité qu'un client ne se présente pas à l'embarquement est de 0,029.

3. Calculer la probabilité que la réservation ait été faite en agence sachant que le client ne s'est pas présenté à l'embarquement.

4. Calculer la probabilité que la réservation ait été faite sur Internet ou que le client ne présente pas à l'embarquement.

Partie B

Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de 200 places et a vendu 202 réservations.
On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n=202$ et $p = 0{,}971$.

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.

2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement.

3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de surréservation (c'est-à-dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

EXERCICE 3 [5 points] *Commun à tous les candidats*

Dans cet exercice, si nécessaire, les valeurs numériques approchées seront données à 0,01 près.
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;4]$ par :

$$f(x)=(3{,}6x+2{,}4)\mathrm{e}^{-0{,}6x}-1{,}4 .$$

Partie A

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0;4]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Justifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0;4]$ on a :

$$f'(x)=(-2{,}16x+2{,}16)\mathrm{e}^{-0{,}6x} .$$

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;4]$.

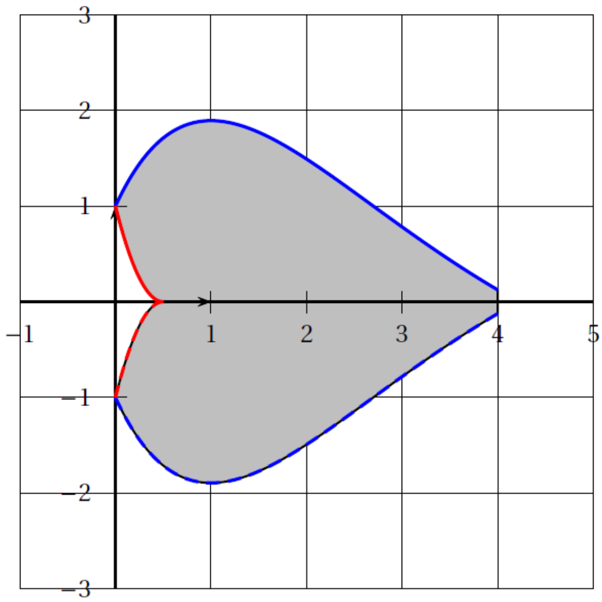
b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.
On donnera les valeurs numériques qui apparaissent dans le tableau de variation sous forme approchée.

3. On admet que la fonction F définie par : $F(x)=(-6x-14)\mathrm{e}^{-0{,}6x}-1{,}4x$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 4].

Calculer la valeur exacte de $\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ puis en donner une valeur numérique approchée.

Partie B

On note C_f la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0;4]$.
On considère la fonction g définie par : $g(x)=4x^2-4x+1$.
On note C_g la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle $[0;0{,}5]$.
On a tracé ci-dessous les courbes C_f et C_g dans un repère d'origine O et, en pointillés, les courbes obtenues par symétrie de C_f et C_g par rapport à l'axe des abscisses :



1. Montrer que $\int_0^{0{,}5} g(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{6}$.

2. On considère le domaine plan délimité par les courbes C_f, C_g, leurs courbes symétriques (en pointillés) ainsi que la droite d'équation $x=4$. Ce domaine apparaît grisé sur la figure ci-dessus.
Calculer une valeur approchée de l'aire, en unités d'aire, de ce domaine.

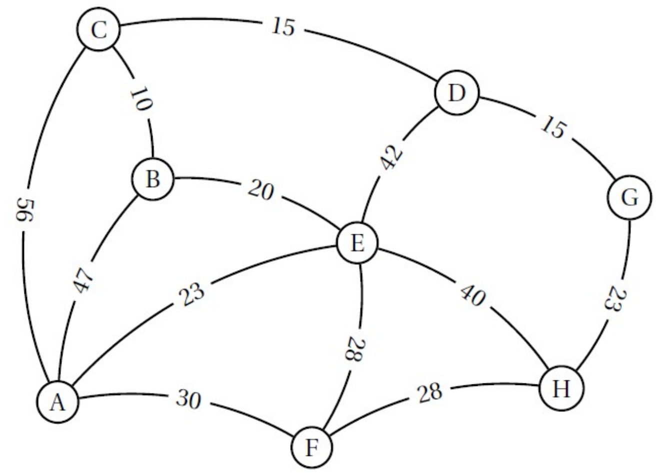
EXERCICE 4 [5 points] *Candidats de ES ayant suivi l'enseignement de spécialité*

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Le graphe pondéré ci-dessous représente les différents lieux A, B, C, D, E, F, G et H dans lesquels Louis est susceptible de se rendre chaque jour. Le lieu A désigne son domicile et G le lieu de son site de travail.
Le poids de chaque arête représente la distance, en kilomètres, entre les deux lieux reliés par l'arête.

Déterminer le chemin le plus court qui permet à Louis de relier son domicile à son travail.
On pourra utiliser un algorithme.
Préciser la distance, en kilomètres, de ce chemin.



Partie B

Afin de réduire son empreinte énergétique, Louis décide d'utiliser lors de ses trajets quotidiens soit les transports en commun, soit le covoiturage :

- s'il a utilisé les transports en commun lors d'un trajet, il utilisera le covoiturage lors de son prochain déplacement avec une probabilité de 0,53 ;
- s'il a utilisé le covoiturage lors d'un trajet, il effectuera le prochain déplacement en transport en commun avec une probabilité de 0,78.

Louis décide de mettre en place ces résolutions au 1er janvier 2018.
Pour tout entier naturel n, on note :

- c_n la probabilité que Louis utilise le covoiturage n jour(s) après le 1er janvier 2018 ;
- t_n la probabilité que Louis utilise les transports en commun n jour(s) après le 1er janvier 2018 ;

La matrice ligne $\mathrm{P}_n = \begin{pmatrix} c_n & t_n \end{pmatrix}$ traduit l'état probabiliste n jour(s) après le 1er janvier 2018.
Le 1er janvier 2018, Louis décide d'utiliser le covoiturage.

1. **a.** Préciser l'état probabiliste initial P_0.

b. Traduire les données de l'énoncé par un graphe probabiliste. On notera « C » et « T » ses deux sommets :
- « C » pour indiquer que Louis utilise le covoiturage ;
- « T » pour indiquer que Louis utilise les transports en commun.

2. Déterminer la matrice de transition du graphe probabiliste en considérant ses sommets dans l'ordre alphabétique.

3. Calculer l'état probabiliste P_2 et interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.

4. Soit la matrice ligne $\mathrm{P} = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ associée à l'état stable du graphe probabiliste.

a. Calculer les valeurs exactes de x et de y puis en donner une valeur approchée à 0,01 près.

b. Selon ce modèle, peut-on dire qu'à long terme, Louis utilisera aussi souvent le covoiturage que les transports en commun ? Justifier la réponse.