Nom : .... **Prénom** : ....

RENDRE TOUT LE SUJET
AVEC VOTRE COPIE

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL « BLANC »

MARDI 16 AVRIL 2019

MATHÉMATIQUES

Série ES : enseignement obligatoire

Coefficient : 5

Série L : enseignement de spécialité

Coefficient : 4

Durée de l'épreuve : 3 heures.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou spécialité).

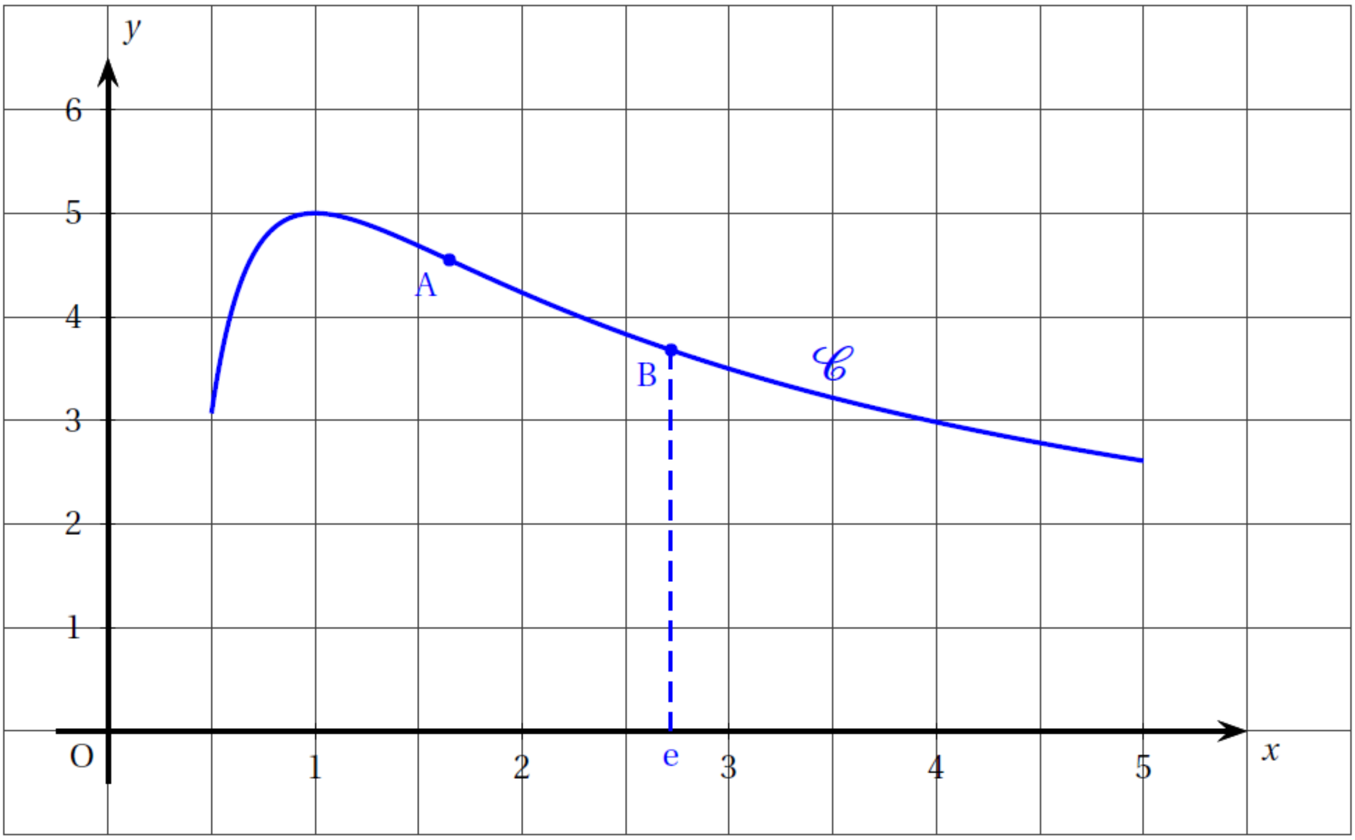
Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées.

EXERCICE 1 [5 points] *Commun à tous les candidats*

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).
Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte. Recopier le numéro de la question et la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0{,}5\,;5]$ par : $f(x)=\dfrac{5+5\ln x}{x}$.

Sa représentation graphique est la courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous dans un repère d'origine O.
On admet que le point A placé sur le graphique est le seul point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[0{,}5\,;5]$. On note B le point de cette courbe d'abscisse e.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur cet intervalle.
On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f et f'' sa fonction dérivée seconde.



On admet que pour tout x de l'intervalle $[0{,}5\,;5]$ on a : $f'(x)=\dfrac{-5\ln x}{x^2}$ et $f''(x)=\dfrac{10\ln x-5}{x^3}$.

1. La fonction f' est :

a. positive ou nulle sur l'intervalle $[0{,}5\,;5]$

b. négative ou nulle sur l'intervalle $[1\,;5]$

c. négative ou nulle sur l'intervalle $[0{,}5\,;1]$

2. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B est égal à :

a. $-\dfrac{5}{\mathrm{e}^2}$ **b.** $\dfrac{10}{\mathrm{e}}$ **c.** $\dfrac{5}{\mathrm{e}^3}$

3. La fonction f' est :

a. croissante sur l'intervalle $[0{,}5\,;1]$

b. décroissante sur l'intervalle $[1\,;5]$

c. croissante sur l'intervalle $[2;5]$

4. La valeur exacte de l'abscisse du point A de la courbe $\mathscr{C}$ est égale à :

a. 1,65 **b.** 1,6 **c.** $e^{0,5}$

5. On note $\mathscr{A}$ l'aire, mesurée en unités d'aire, du domaine plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=1$ et $x=4$. Cette aire vérifie :

a. $20 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 30$ **b.** $10 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 15$ **c.** $5 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 8$

EXERCICE 2 [5 points] *Commun à tous les candidats*

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de surréservation afin d'abaisser les coûts.
Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site Internet de la compagnie.

Partie A

Une étude réalisée par la compagnie a établi que, sur cette ligne, pour une réservation en agence, 5 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement alors que, pour une réservation par Internet, 2 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement.
Les réservations en agence représentent 30 % de l'ensemble des réservations.
Pour un embarquement donné et une réservation prise au hasard, on considère les évènements suivants :

- A : « la réservation a été faite en agence » ;
- I : « la réservation a été faite par Internet » ;
- E : « le passager se présente à l'embarquement ».

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.

2. Démontrer que la probabilité qu'un client ne se présente pas à l'embarquement est de 0,029.

3. Calculer la probabilité que la réservation ait été faite en agence sachant que le client ne s'est pas présenté à l'embarquement.

4. Calculer la probabilité que la réservation ait été faite sur Internet ou que le client ne présente pas à l'embarquement.

Partie B

Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de 200 places et a vendu 202 réservations.
On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n=202$ et p = 0,971 .

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.

2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement.

3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de surréservation (c'est-à-dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

EXERCICE 3 [5 points] *Commun à tous les candidats*

Dans cet exercice, si nécessaire, les valeurs numériques approchées seront données à 0,01 près.
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;4]$ par :

$$f(x)=(3{,}6\,x+2{,}4)\mathrm{e}^{-0{,}6\,x}-1{,}4\ .$$

Partie A

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0;4]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Justifier que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0;4]$ on a :

$$f'(x)=(-2{,}16\,x+2{,}16)\mathrm{e}^{-0{,}6\,x}\ .$$

2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;4]$.

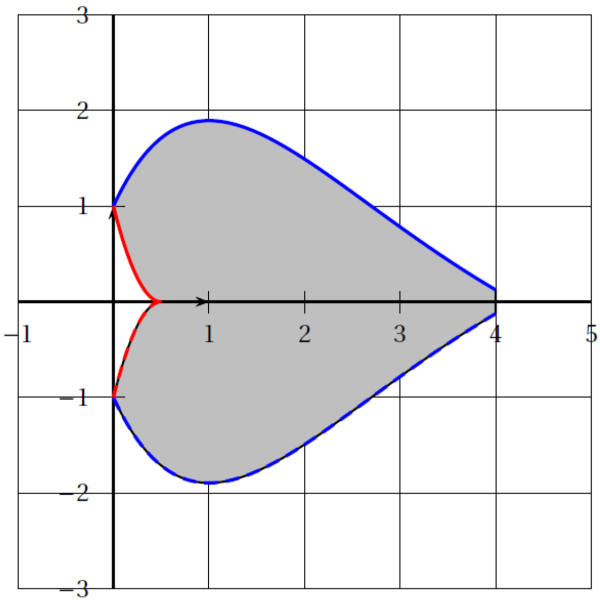
b. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.
On donnera les valeurs numériques qui apparaissent dans le tableau de variation sous forme approchée.

3. On admet que la fonction F définie par : $\mathrm{F}(x)=(-6\,x-14)\mathrm{e}^{-0{,}6\,x}-1{,}4\,x$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 4].

Calculer la valeur exacte de $\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ puis en donner une valeur numérique approchée.

Partie B

On note C_f la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0;4]$.
On considère la fonction g définie par : $g(x)=4\,x^2-4\,x+1$.
On note C_g la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle $[0;0{,}5]$.
On a tracé ci-dessous les courbes C_f et C_g dans un repère d'origine O et, en pointillés, les courbes obtenues par symétrie de C_f et C_g par rapport à l'axe des abscisses :



1. Montrer que $\int_0^{0{,}5} g(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{6}$.

2. On considère le domaine plan délimité par les courbes C_f, C_g, leurs courbes symétriques (en pointillés) ainsi que la droite d'équation $x=4$. Ce domaine apparaît grisé sur la figure ci-dessus.
Calculer une valeur approchée de l'aire, en unités d'aire, de ce domaine.

EXERCICE 4 [5 points]

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de série L

On considère la suite (u_n) définie par $u_0=65$ et pour tout entier naturel *n* : $u_{n+1}=0,8u_n+18$.

1. Calculer u_1 et u_2 .

2. Pour tout entier naturel *n*, on pose : $v_n=u_n-90$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,8. On précisera la valeur de v_0 .

b. Démontrer que, pour tout entier naturel *n* : $u_n=90-25\times0,8^n$.

3. On considère l'algorithme ci-dessous :

ligne 1	$u \leftarrow 65$
ligne 2	$n \leftarrow 0$
ligne 3	Tant que ....
ligne 4	$n \leftarrow n+1$
ligne 5	$u \leftarrow 0,8 \times u+18$
ligne 6	Fin Tant que

a. Recopier et compléter la ligne 3 de cet algorithme afin qu'il détermine le plus petit entier naturel *n* tel que $u_n \geqslant 85$.

b. Quelle est la valeur de la variable *n* à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

c. Retrouver par le calcul le résultat de la question précédente en résolvant l'inéquation $u_n \geqslant 85$.

4. La société Biocagette propose la livraison hebdomadaire d'un panier bio qui contient des fruits et des légumes de saison issus de l'agriculture biologique. Les clients ont la possibilité de souscrire un abonnement de 52 € par mois qui permet de recevoir chaque semaine ce panier bio.
En juillet 2017, 65 particuliers ont souscrit cet abonnement.
Les responsables de la société Biocagette font les hypothèses suivantes :

- d'un mois à l'autre, environ 20 % des abonnements sont résiliés ;
- chaque mois, 18 particuliers supplémentaires souscrivent à l'abonnement.

a. Justifier que la suite (u_n) permet de modéliser le nombre d'abonnés au panier bio le *n*-ième mois qui suit le mois de juillet 2017.

b. Selon ce modèle, la recette mensuelle de la société Biocagette va-t-elle dépasser 4 420 € durant l'année 2018 ? Justifier la réponse.

c. Selon ce modèle, vers quelle valeur tend la recette mensuelle de la société Biocagette ?
Argumenter la réponse.