2ndes

DS n°5 : correction

12/04/19

(12)

Exercice 1

1) a) On souhaite une superficie de 3200 m² donc :

0,5

$$xy = 3200.$$

D'où $y = \dfrac{3200}{x}$.

1 b) Périmètre : $y + 2x = \dfrac{3200}{x} + 2x = \dfrac{3200 + 2x^2}{x}$

Partie A

2) On trace la fonction f dans la calculatrice CASIO,

1 puis avec les touches G-SLV / MIN, on trouve un minimum de 160 sur $]0;+\infty[$ (j'ai réglé la fenêtre graphique sur $]0;100]$).

3) a) $f(40) = \dfrac{2\times 40^2 + 3200}{40} = \dfrac{6400}{40} = 160$

0,5

b) Pour tout x de $]0;+\infty[$:

2 $f(x) - f(40) = \dfrac{2x^2 + 3200}{x} - 160 = \dfrac{2x^2 - 160x + 3200}{x}$

Or $2(x-40)^2 = 2(x^2 - 80x + 1600) = 2x^2 - 160x + 3200$

d'où : $f(x) - f(40) = \dfrac{2(x-40)^2}{x}$.

c) Sur $]0;+\infty[$: $(x-40)^2 \geq 0$ et $x > 0$

d'où $f(x) - f(40) \geq 0$.

2 $f(x) \geq f(40)$

Donc f admet un minimum sur $]0;+\infty[$, égal à $f(40)$ c'est-à-dire 160.

→

d) La longueur de la bordure est minimale pour ces dimensions :

1

$x = 40$ m $\qquad y = \dfrac{3200}{40}$ m $= 80$ m.

Partie B

4) a) $\bullet\ x-20=0 \Leftrightarrow x=20 \qquad \bullet\ x-80=0 \Leftrightarrow x=80$

3

x	$-\infty$		0		20		80		$+\infty$
$2(x-20)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-80$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
x		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\dfrac{2(x-20)(x-80)}{x}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	

L'ensemble solution de cette inéquation est : $]0;20] \cup [80;+\infty[$.

b) $f(x) \leq 200 \Leftrightarrow f(x) - 200 \leq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{2(x-20)(x-80)}{x} \leq 0$

1

$\Leftrightarrow x \in]-\infty;0[\cup [20;80]$ d'après la qu° 4.a)

Or ici $x \in]0;+\infty[$ donc la bordure aura une longueur inférieure ou égale à 200 m lorsque :

$x \in [20;80]$.

(Suite DS n°5 12/04/19 2ndes)

(8) **Exercice 2** $A(-7;4)$ $B(-1;6)$ $C(1;-1)$ $C'(-4;5)$

1) • Coefficient directeur de (CC') :

$$a = \frac{y_{C'} - y_C}{x_{C'} - x_C} = \frac{5-(-1)}{-4-1} = \frac{6}{-5}$$

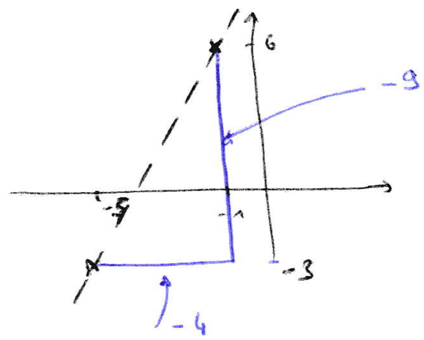
donc une équation de (CC') est $y = -\frac{6}{5}x + b$, où $b \in \mathbb{R}$.

2 • $C \in (CC')$ donc : $-1 = -\frac{6}{5} \times 1 + b$

d'où $b = -1 + \frac{6}{5} = \frac{-5+6}{5} = \frac{1}{5}$

Donc une équation de (CC') est $y = -\frac{6}{5}x + \frac{1}{5}$.

2 2) $x = -1$ donc $y = \frac{9}{4} \times (-1) + \frac{33}{4} = \frac{24}{4} = 6$



3) a) B' est le milieu de $[AC]$ donc :

1 $x_{B'} = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-7+1}{2} = -3$ | $y_{B'} = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$

d'où $B'(-3;\frac{3}{2})$

1 b) $\frac{9}{4} \times (-3) + \frac{33}{4} = \frac{-27+33}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ donc $B' \in (d_1)$.

4) Le centre de gravité est l'intersection des médianes du triangle, donc les coordonnées de G sont solutions de :

2 • $\frac{9}{4}x + \frac{33}{4} = -\frac{6}{5}x + \frac{1}{5} \iff \left(\frac{9}{4} + \frac{6}{5}\right)x = \frac{1}{5} - \frac{33}{4}$

$\iff \frac{45+24}{20}x = \frac{4-165}{20}$

$\iff 69x = -161$

$\iff x = \frac{-161}{69} = -\frac{7}{3}$

• $y_G = -\frac{6}{5} \times \left(-\frac{7}{3}\right) + \frac{1}{5} = \frac{42}{15} + \frac{3}{15} = \frac{45}{15} = 3$

D'où : $G(-\frac{7}{3};3)$.