Nom :	**Prénom** :	**Classe** : 2^{nde} …

Vendredi 12 avril 2019

DEVOIR SURVEILLE de MATHÉMATIQUES n°5

Durée : 5**0 min**. **Calculatrice autorisée**.

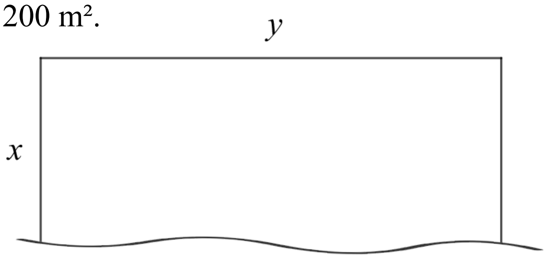
La propreté de la copie, la clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie. Un barème sur 20 est mentionné à titre indicatif.

***SUJET À RENDRE** AVEC VOTRE FEUILLE*

Bon courage.

Exercice 1 — 30 minutes

Au bord d'une plage de Saint-Malo a été construite une bordure en pierres afin de délimiter une piscine de mer de forme rectangulaire. La bordure en pierres n'a été construite que sur trois côtés, car il existait déjà une délimitation naturelle : la plage. Pour la construction, on souhaitait une superficie de 3 200 m².



1. On note x l'une des dimensions de la bordure.
a) Déterminer la deuxième dimension y en fonction de x.

b) Écrire le périmètre de la bordure en fonction de x seulement.

Dans la suite de l'exercice, on note f la fonction qui à tout x de $]0;+\infty[$ associe la longueur de la bordure. On admet que : $f(x)=\dfrac{2x^2+3200}{x}$.

Partie A : *extrema de la fonction f*

2. À l'aide de votre calculatrice, conjecturer graphiquement le minimum de la fonction f sur $]0;+\infty[$. Bien expliquer votre démarche.

3. a) Calculer $f(40)$.

b) Démontrer que, pour tout x de $]0;+\infty[$: $f(x)-f(40)=\dfrac{2(x-40)^2}{x}$.

c) En déduire, en justifiant rigoureusement, que la fonction *f* admet un minimum sur $]0;+\infty[$, et préciser la valeur de ce minimum.

d) Pour quelles dimensions de piscine (longueur et largeur) la longueur de la bordure est-elle minimale ?

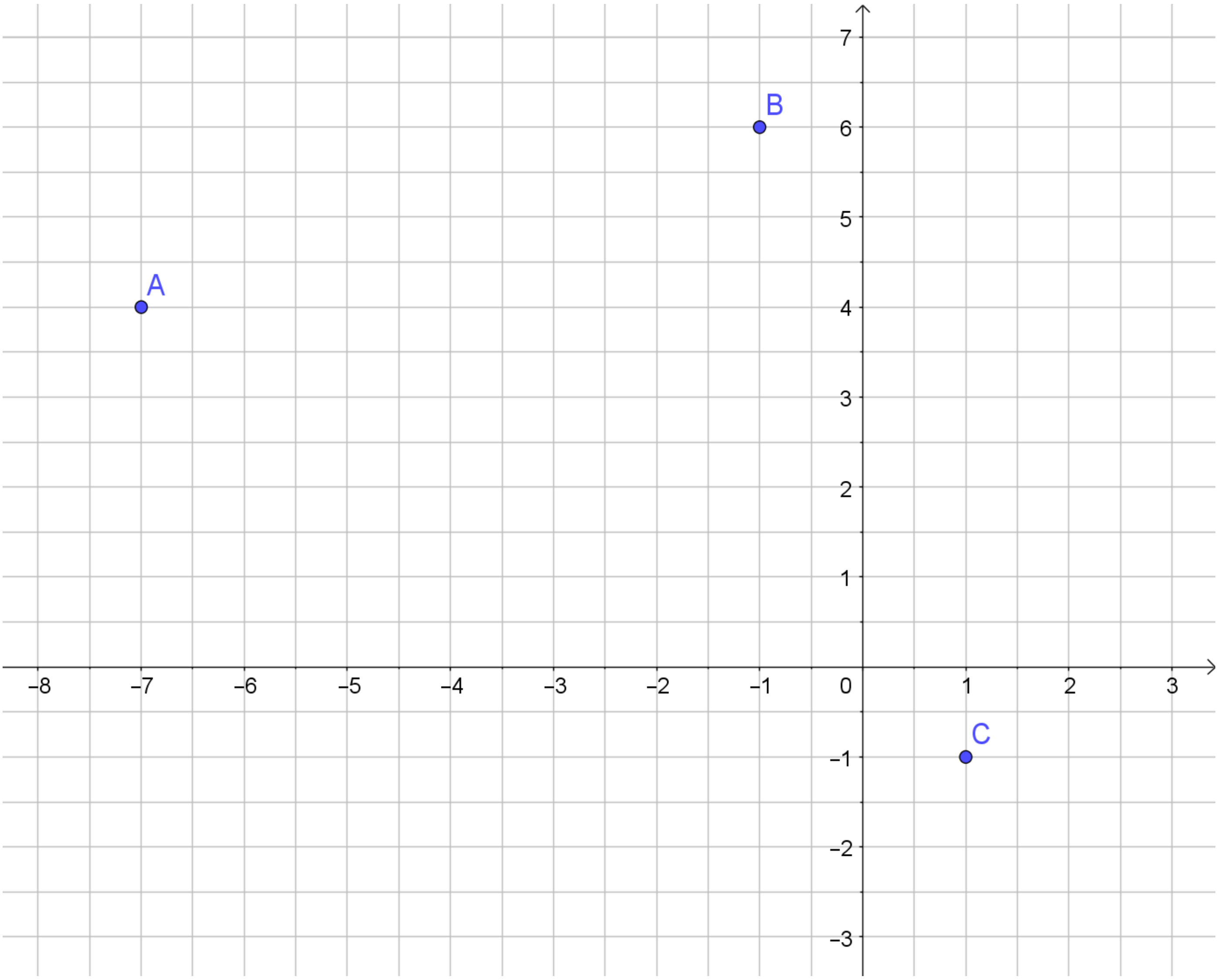
Partie B : *critère sur la longueur de la bordure*

4. a) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\dfrac{2(x-20)(x-80)}{x}\geqslant 0$.

b) On admet que, pour tout réel x de $]0;+\infty[$: $f(x)-200=\dfrac{2(x-20)(x-80)}{x}$.
Pour quelles valeurs de x la bordure aura une longueur inférieure ou égale à 200 m ?

Exercice 2 — 20 minutes

On considère un repère orthogonal du plan, et les points suivants : $A(-7;4)$ $B(-1;6)$ $C(1;-1)$.
On note C' le milieu du segment [AB], et on admet que : $C'(-4;5)$.



1. Déterminer, par le calcul, une équation de la droite (CC').

2. Sur le dessin ci-dessus, tracer la droite (d_1) d'équation $y=\frac{9}{4}x+\frac{33}{4}$. Faire apparaître les constructions nécessaires.

3. a) Déterminer par le calcul les coordonnées du milieu de [AC], noté B'.

b) Vérifier, par le calcul, que le point B' appartient à la droite (d_1).

4. Pour cette question, on pourra admettre que :
- la droite (d_1) est la droite (BB') ;
- une équation de la droite (CC') est : $y=-\frac{6}{5}x+\frac{1}{5}$.

Déterminer par le calcul les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC, noté G.