Nom : CORRECTION	Prénom :	Classe : 2°C

le 05 / 02 / 2019

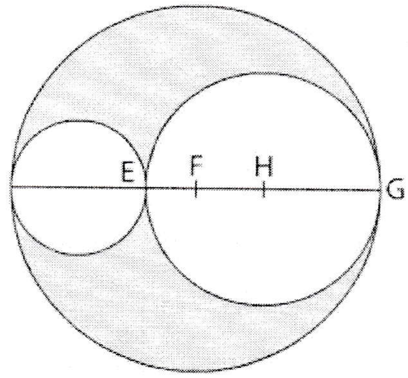
Note : .... / 10

INTERROGATION de MATHÉMATIQUES

Durée : 20 minutes. Calculatrice **NON AUTORISÉE**.

Dans un grand cercle de diamètre 10 cm, on trace deux cercles tangents.
On note x le diamètre, en centimètres, de l'un des deux cercles.

On note f la fonction qui à x associe l'aire, en cm², du domaine blanc.



.../1 **1.** Quel est l'ensemble de définition de f ? Justifier.

.../3 **2.** Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.

.../3 **3.** Vérifier que : $f(x)-f(5)=\frac{\pi}{2}(x-5)^2$.

.../3 **4.** En déduire le minimum de f.

1) On note x le diamètre du cercle "de droite" (centre H).
Si x est égal à 0 alors le cercle de droite est un point.
Si x est égal à 10 alors " " " gauche " " ".
Le diamètre du grand cercle est 10 cm, d'où : $\mathcal{D}_f=[0;10]$.

2) • Aire du cercle de "gauche" : $\pi\left(\frac{10-x}{2}\right)^2$.
• Aire du cercle de "droite" : $\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2$.

D'où $f(x)=\pi\left(\frac{10-x}{2}\right)^2+\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2$.

3) • $f(5)=\pi\left(\frac{10-5}{2}\right)^2+\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2=\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2\times 2=\frac{\pi\times 25\times 2}{4}=\frac{25}{2}\pi$

• $f(x)-f(5)=\pi\frac{(10-x)^2}{4}+\pi\frac{x^2}{4}-\frac{25}{2}\pi$

$=\frac{\pi}{2}\left(\frac{(10-x)^2}{2}+\frac{x^2}{2}-25\right)$

$=\frac{\pi}{2}\left(\frac{100-20x+x^2+x^2-50}{2}\right)$

$=\frac{\pi}{2}\left(\frac{2x^2-20x+50}{2}\right)=\frac{\pi}{2}(x^2-10x+25)$

Or $(x-5)^2=x^2-10x+25$

d'où $f(x)-f(5)=\frac{\pi}{2}(x-5)^2$.

→

4) $\frac{\pi}{2} > 0$ et $(x-5)^2 \geqslant 0$ donc $\frac{\pi}{2}(x-5)^2 \geqslant 0$

$f(x) - f(5) \geqslant 0$

$f(x) \geqslant f(5)$.

Donc f admet un minimum, égal à $f(5)$, ie $\frac{25}{2}\pi$.