

# ÉCHANTILLONNAGE ET SIMULATION : EXERCICES

## MÉTHODE

### 1) FAIRE UNE HYPOTHÈSE

On considère un caractère dont la proportion dans la population est supposée être égale à  $p$ .

2) ON CALCULE LA FRÉQUENCE observée  $f$  du caractère dans un échantillon de taille  $n$ .

3) Si les conditions d'approximation  $n \geq 30$ ,  $np \geq 5$  et  $n(1-p) \geq 5$  sont vérifiées, ON DÉTERMINE L'INTERVALLE DE FLUCTUATION au seuil 0,95 (noté I).

4) On applique la règle suivante pour VALIDER/INVALIDER L'HYPOTHÈSE :

- Si  $f \notin I$  alors on rejette l'hypothèse faite sur  $p$ .

Dans ce cas, il y a un **risque<sup>1</sup> de se tromper de 5 %** : la probabilité qu'on rejette à tort l'hypothèse faite sur  $p$  alors qu'elle est vraie est environ égale à 5 %.

- Si  $f \in I$  alors on accepte l'hypothèse faite sur  $p$ .

Dans ce cas, le **risque d'erreur n'est pas quantifié<sup>2</sup>** !

*Pourquoi ne pas abaisser le seuil de rejet d'une hypothèse ?*

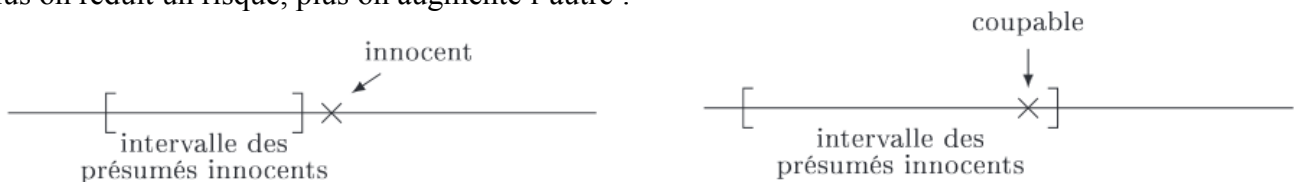
On pourrait penser qu'il suffit de réduire le risque d'erreur (de première espèce) de rejeter une hypothèse à tort, de façon à n'avancer que des hypothèses très fiables.

Mais en faisant cela, on augmente le risque de commettre une autre erreur (de seconde espèce) : accepter l'hypothèse alors qu'elle est fautive !

Une analogie simple suffit à faire comprendre la situation : une prise de décision est comme un jugement au tribunal. L'hypothèse est que le prévenu est présumé innocent.

Il y a deux risques au jugement : celui de condamner un innocent (rejet à tort de l'hypothèse), ou d'innocenter un coupable (acceptation à tort de l'hypothèse).

Plus on réduit un risque, plus on augmente l'autre :



Ainsi, la décision que l'on doit prendre est un compromis adapté à la situation.

Voilà pourquoi le seuil de 5 % est souvent utilisé.

1 On parle de « risque de première espèce ». Ce risque est défini à l'avance (le plus souvent 1 % ou 5 %).

2 On parle de « risque de seconde espèce ».

A taille d'échantillon égale, si l'on diminue le risque de première espèce, on augmente le risque de seconde espèce...

### **Exercice 1** *Prédire une naissance prématurée ?*

Les enfants sont dits prématurés lorsque la durée gestationnelle est inférieure ou égale à 259 jours.

La proportion de ces naissances est de 6 %.

Des chercheurs suggèrent que les femmes ayant eu un travail pénible pendant leur grossesse sont plus susceptibles d'avoir un enfant prématuré que les autres. Il est décidé de réaliser une enquête auprès d'un échantillon aléatoire de 400 naissances correspondant à des femmes ayant eu pendant leur grossesse un travail pénible. Finalement, le nombre d'enfants prématurés est de 50.

Qu'en conclure ?

### **Exercice 2** *Publicité mensongère ?*

Une publicité affirme qu'on a une chance sur dix de gagner à un certain jeu.

Au cours d'une étude portant sur un échantillon aléatoire de 400 joueurs, on a compté 28 gagnants.

Commenter l'annonce faite en effectuant une prise de décision au seuil de risque de 5 %.

### **Exercice 3** *D'après Bac ES (Pondichéry 2014)*

Une entreprise annonce que le pourcentage de moteurs défectueux dans sa production est égal à 1 %.

Afin de vérifier cette information, 800 moteurs sont prélevés au hasard.

On constate que 15 moteurs sont défectueux.

Le résultat de ce test remet-il en question l'annonce de l'entreprise ? Justifier.

### **Exercice 4** *Toujours assis ?*

Le gérant d'un service de transports urbains annonce fièrement : « il y a suffisamment de bus en circulation pour que les usagers soient assis 95 % du temps ».

Julie pense que ce n'est pas possible. Elle fait un relevé sur 120 trajets et note qu'elle n'a pas pu s'asseoir durant 27 trajets. Que peut-elle penser de l'affirmation du gérant ?

### **Exercice 5** *D'après Bac ES (Asie 2014)*

*Dans cette partie, les valeurs numériques sont arrondies au centième.*

Dans un établissement, parmi les 224 étudiants inscrits à la préparation à ce concours, 26 % ont été admis à la session de mai 2013. On admet que dans cette population, on a également 60 % des personnes qui se présentaient pour la première fois.

Le directeur de l'établissement prétend que ce résultat, supérieur au taux de réussite global de 22 %, ne peut être simplement dû au hasard et il affirme que la qualité de l'enseignement dispensé dans son établissement a permis à ses élèves de mieux réussir que l'ensemble des candidats.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % du pourcentage d'étudiants admis dans un groupe de 224 personnes.

2. Que penser de l'affirmation du directeur de l'établissement ? Justifier.

### **Exercice 6** *D'après Bac ES (Polynésie 2014)*

DOCUMENT 1 : « En France, pendant l'année scolaire 2009-2010, sur 81 135 étudiants inscrits en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE), on pouvait trouver 34 632 filles. »

*(Source : Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche Edition 2010)*

Selon l'INSEE, la proportion de filles parmi les jeunes entre 15 et 24 ans est de 49,2 %.

Peut-on considérer, en s'appuyant sur le document 1, que les filles inscrites sont sous-représentées en CPGE ? Justifier la réponse. *On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.*