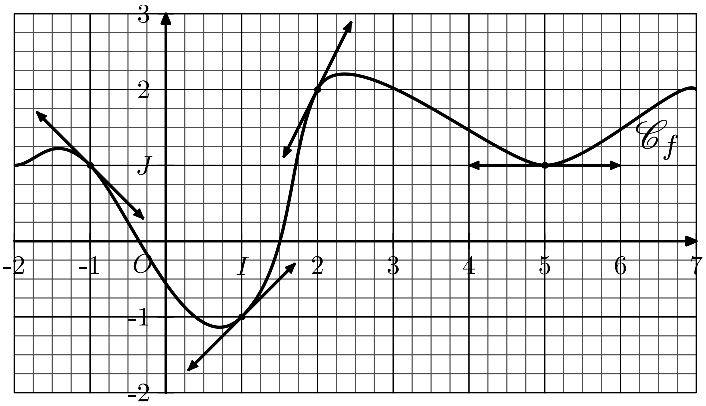
Exercice 1

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-2\,;7\right]$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-dessous :



Les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$, aux points d'abscisses -1, 1, 2, 5 ont été tracées sur la représentation ci-dessus.

1. Déterminer le nombre dérivée de la fonction f en -1 et en 1.

2. Déterminer les équations des tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points d'abscisses 2 et 5.

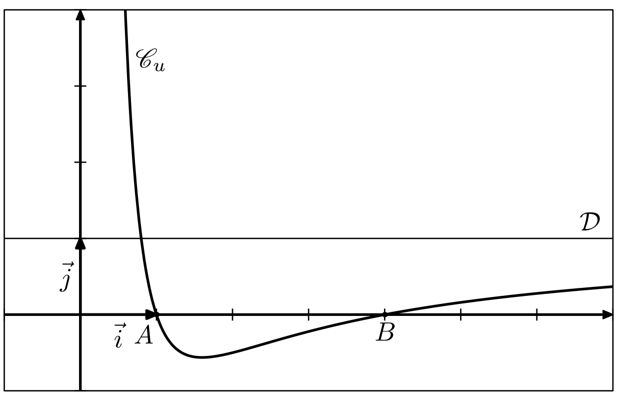
Exercice 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,;\,\overrightarrow{j}\right)$, on désigne par $\mathscr{C}_u$ la courbe représentative de la fonction u définie sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$ par :

$$u(x) = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}$$

où a, b et c sont des réels fixés.

On a tracé sur le graphique ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_u$ et la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y=1$:



On précise que la courbe $\mathscr{C}_u$ passe par les points $A(1\,;0)$ et $B(4\,;0)$ et que l'axe des ordonnées et la droite $\mathcal{D}$ sont asymptotes à la courbe $\mathscr{C}_u$.

1. a. Donner les valeurs de $u(1)$ et $u(4)$.

   b. Donner $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} u(x)$. En déduire la valeur de a.

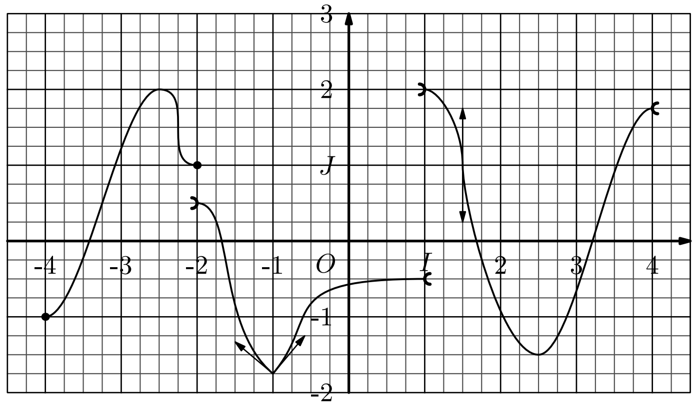
   c. En déduire que, pour tout réel x strictement positif :
   $$u(x) = \frac{x^2 - 5\cdot x + 4}{x^2}$$

2. On suppose l'existence d'une fonction f définie sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$ vérifiant admettant pour dérivée la fonction u :
   $$f' = u$$
   Dresser le tableau de variations de la fonction f.

   (aucune valeur ne sera indiquée dans le tableau)

Exercice 3

Ci-dessous est donnée la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f ; cette courbe admet une tangente verticale au point d'abscisse $1{,}5$:



1. Déterminer graphiquement l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Déterminer graphiquement l'ensemble de dérivabilité de la fonction f.

3. Déterminer les limites suivantes :

   a. $\lim\limits_{x\mapsto-2^-} f(x)$ b. $\lim\limits_{x\mapsto-2^+} f(x)$

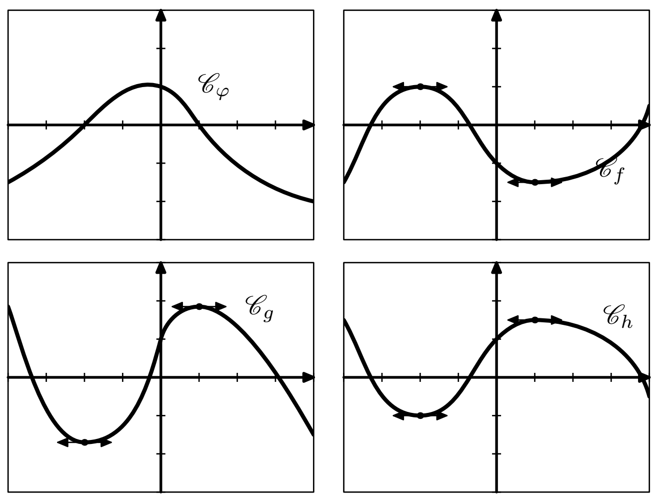
   c. $\lim\limits_{x\mapsto1^-} f(x)$ d. $\lim\limits_{x\mapsto1^+} f(x)$

4. a. Combien existe-t-il de nombres a tels que :
   $\lim\limits_{x\mapsto a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\mapsto a^+} f(x)$

   b. Quelle particularité graphique ont les points d'abscisse a vérifiant une telle condition?

Exercice 4

On considère quatre fonctions φ, f, g, h définies sur l'intervalle $\left[-4\,;4\right]$. Leurs courbes représentatives sont données, ci-dessous, dans un même repère orthonormé :



Quelle fonction, parmi f, g et h, peut admetttre la fonction φ comme fonction dérivée?

Exercice 5

1. Considérons la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
   $g(x) = -8x^3 + 4x - 4$

   a. Dresser le tableau de variations de la fonction g.
   (on utilisera des valeurs approchées pour compléter le

tableau)

b. En observant que $g(-1)=0$, dresser le tableau de signe de la fonction g.

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{2x^2+1}{\left(2x^2+2x+3\right)^2}$$

a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

b. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

c. Etablir que la fonction f admet pour dérivée la fonction f' dont l'expression est donnée par la relation :

$$f'(x) = \frac{-8x^3+4x-4}{(2x^2+2x+3)^3}$$

d. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
(on utilisera des valeurs approchées pour compléter le tableau)

e. En déduire le tableau de signe de la fonction f.

