BACCALAURÉAT S - LIBAN (JUIN 2005)
EXERCICE 2

Pré-requis : probabilités conditionnelles

Un fabricant d'écrans plasma teste une première fois ses appareils à la sortie de la chaîne de fabrication. Si le test est positif (c'est-à-dire si l'écran fonctionne correctement), l'écran est acheminé chez le client. Sinon l'écran retourne en usine où il est réparé puis testé une seconde fois. Si ce second test est positif, l'écran est acheminé chez le client, sinon il est détruit.

Une étude statistique a permis de montrer que le test est positif pour 70 % des écrans neufs sortis directement de la chaîne de fabrication, mais que parmi les écrans réparés, seulement 65 % d'entre eux passent le second test avec succès.

On note :

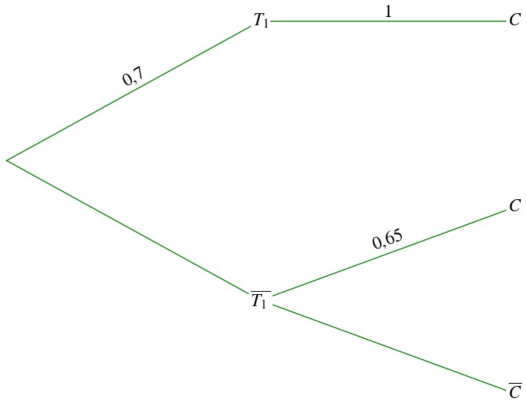
- T1 l'événement « le premier test est positif » ;
- C l'événement « l'écran est acheminé chez le client ».

1. On choisit un écran au hasard à la sortie de la chaîne de fabrication.
Déterminer la probabilité de l'événement T1.
Déterminer la probabilité de l'événement C.

2. La fabrication d'un écran revient à 1 000 € au fabricant si l'écran n'est testé qu'une fois. Cela lui coûte 50 € de plus si l'écran doit être testé une seconde fois. Un écran est facturé n euros (n étant un réel positif) au client.
On introduit la variable aléatoire X qui, à chaque écran fabriqué, associe le « gain » (éventuellement négatif) réalisé par le fabricant.

a. Déterminer la loi de probabilité de X en fonction de n.
b. Exprimer l'espérance de X en fonction de n.
c. À partir de quelle valeur de n l'entreprise peut-elle espérer réaliser des bénéfices ?

1. $p(T_1)=0,7$



$$\begin{aligned} p(C) &= p(T_1 \cap C) + p(\overline{T_1} \cap C) \\ &= \ldots \\ &= 0,7 \times 1 + (1-0,7) \times 0,65 \\ &= 0,895 \end{aligned}$$

2. a)
$X \in \{n-1000 ; n-1050 ; -1050\}$

$p(X=n-1000)=p(T_1)=0,7$

$p(X=n-1050)=p(\overline{T_1} \cap C)=0,3 \times 0,65 = 0,195$

$p(X=-1050)=p(\overline{T_1} \cap \overline{C})=0,3 \times (1-0,65)=0,105$.

b)
$$\begin{aligned} E(X) &= 0,7(n-1000)+0,195(n-1050)+0,105\times(-1050) \\ &= \ldots \\ &= 0,895n-1015 \, . \end{aligned}$$

c) $E(X) \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; 0,895n - 1015 \geqslant 0 \;\Leftrightarrow\; n \geqslant \dfrac{1015}{0,895}$

avec $\dfrac{1015}{0,895} \approx 1134,08$

donc à partir d'un prix de vente de 1134,08 €, l'entreprise peut espérer réaliser des bénéfices.