

Note : ..... / .....

**INTERROGATION de MATHÉMATIQUES**Durée : 45 minutes. Calculatrice **NON AUTORISÉE**.**EXERCICE 1**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0=0$  et pour tout entier naturel  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+4}$ .

On admet que :  $u_{n+1} = 2 - \frac{5}{u_n+4}$ .

Démontrer que pour tout entier naturel  $n$  :  $0 \leq u_n \leq 2$ .

**EXERCICE 2**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0=3$  et  $u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

On considère la suite  $(v_n)$  définie par  $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+2}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

1. a) Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique, et préciser sa raison.

b) En déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .

2. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $v_n$ , et en déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**EXERCICE 3**

Étudier le sens de variation de la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $v_n = \frac{2^n}{n+1}$ .

**EXERCICE 4**

Calculer les sommes suivantes, sans justifier :

•  $1+2+3+\dots+n =$

• Soit  $q$  un réel différent de 1.

$1+q+q^2+q^3+\dots+q^n =$

•  $\sum_{k=5}^{11} 2^k =$

- $(u_n)$  est arithmétique de premier terme  $u_0=2$  et de raison 1,1.

$$u_0+u_1+\dots+u_{13} =$$

- $(u_n)$  est géométrique de premier terme  $u_1=1,1$  et de raison 2.

$$u_1+u_2+\dots+u_{13} =$$