Nom : .... **Prénom :** ....

T^{le} ES & Lspé

RENDRE LE SUJET

AVEC VOTRE COPIE DEDANS

MATHÉMATIQUES : DEVOIR SURVEILLÉ 2

MERCREDI 21 NOVEMBRE 2018

Durée de l'épreuve : 1 h 50. Calculatrice autorisée.

PRÉSENTATION & NOTATIONS

Résultats mal mis en valeur… très méchant sera le correcteur !

EXERCICE 1

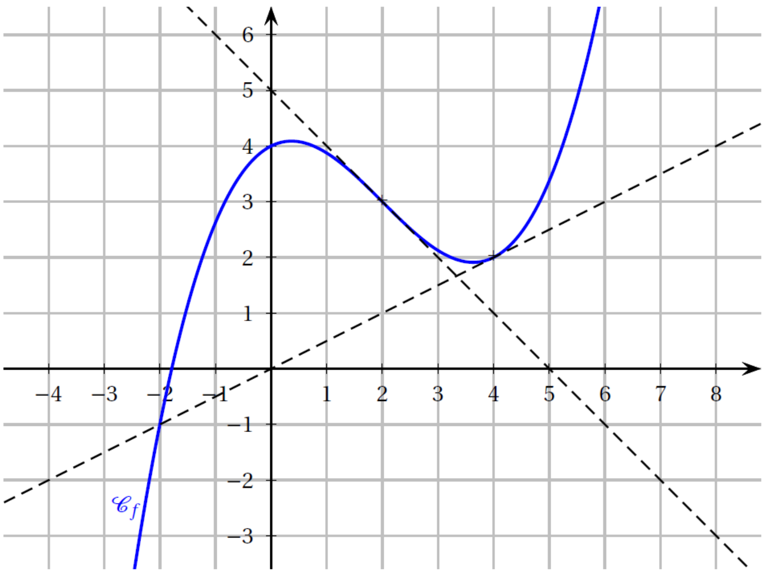
10 minutes

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre propositions est exacte.
Aucune justification n'est demandée. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point(s).
Pour répondre, vous ***recopierez*** *sur votre copie le* ***numéro*** *de la question* *et* ***indiquerez la seule bonne réponse (écrire A, B, C ou D suivi de la réponse associée)****. Si cette consigne n'est pas respectée, aucun point ne sera attribué.*

Pour les questions 1 et 2, on a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f ainsi que deux de ses tangentes aux points d'abscisses respectives 2 et 4.

1. $f'(4)$ est égal à :
- **A.** 2
- **B.** -1
- **C.** 0,5
- **D.** 0

2. f est convexe sur l'intervalle :
- **A.** $]-\infty;2]$
- **B.** $]-\infty;0{,}5]$
- **C.** $[0;4]$
- **D.** $[2;5]$



3. En France, les ventes de tablettes numériques sont passées de 6,2 millions d'unités en 2014 à 4,3 millions d'unités en 2016. Les ventes ont diminué, entre 2014 et 2016, d'environ :

A.	69 %	**C.**	44 %
B.	31 %	**D.**	17 %

EXERCICE 2
40 minutes

Un lac de montagne est alimenté par une rivière et régulé par un barrage, situé en aval, d'une hauteur de 10 m. On mesure le niveau de l'eau chaque jour à midi. Le 1[er] janvier 2018, à midi, le niveau du lac était de 6,05 m. Entre deux mesures successives, le niveau d'eau du lac évolue de la façon suivante :

- d'abord une augmentation de 6 % (apport de la rivière) ;
- ensuite une baisse de 15 cm (écoulement à travers le barrage).

1. On modélise l'évolution du niveau d'eau du lac par une suite (u_n), le terme u_n représentant le niveau d'eau du lac à midi, en cm, *n* jours après le 1[er] janvier 2018.
Ainsi le niveau d'eau du lac, en cm, le 1[er] janvier 2018 est donné par $u_0=605$.

Justifier que, pour tout entier naturel *n*, $u_{n+1}=1{,}06\,u_n-15$.

2. On pose, pour tout entier naturel *n*, $v_n=u_n-250$.

a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser sa raison et son terme initial.

b) Montrer que, pour tout entier naturel *n*, $u_n=355\times1{,}06^n+250$.

3. Lorsque le niveau du lac dépasse 10 m, l'équipe d'entretien doit agrandir l'ouverture des vannes du barrage.

a) Déterminer la limite de la suite (u_n).

b) Afin de déterminer la première date d'intervention des techniciens, on souhaite utiliser l'algorithme incomplet ci-contre. Recopier et compléter l'algorithme.

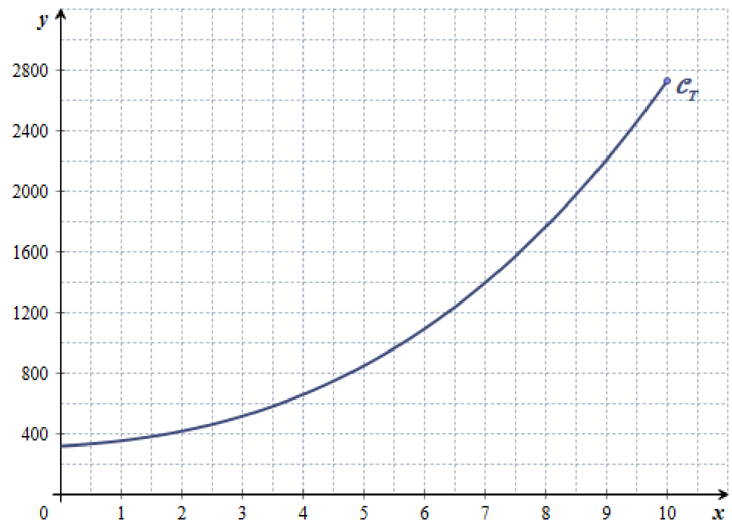
c) À la fin de l'exécution de l'algorithme, que contient la variable N ?
Expliquer votre démarche pour trouver la réponse.

d) En déduire la première date d'intervention des techniciens sur les vannes du barrage.

```
N ← 0
U ← 605
Tant que .................... faire
        U ← ...................
        N ← N + 1
Fin Tant que
```

EXERCICE 3
50 minutes

Une entreprise fabrique et commercialise un certain produit. Sa capacité de production mensuelle est inférieure à 10 milliers d'articles.
Soit x le nombre de milliers d'articles fabriqués chaque mois ; le coût de production exprimé en milliers d'euros est modélisé par la fonction C définie par $C(x)=x^3+12x^2+21x+320$ pour tout x élément de l'intervalle $[0;10]$. La courbe représentative de la fonction C, notée $\mathcal{C}_T$, est donnée ci-dessous.



PARTIE A

1. Déterminer le coût marginal de fabrication pour une production de x milliers d'articles.

2. Justifier que la fonction C est strictement croissante sur $[0;10]$.

PARTIE B

Chaque article est vendu 273 euros, donc la recette mensuelle exprimée en milliers d'euros est donnée par $\mathrm{R}(x)=273x$.

1. Par lecture graphique, déterminer la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.
Expliquer rapidement votre démarche.

2. Le bénéfice mensuel exprimé en milliers d'euros est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0;10]$ par $\mathrm{B}(x)=\mathrm{R}(x)-\mathrm{C}(x)$.

a) Calculer le montant, en euros, du bénéfice si l'entreprise fabrique et vend 6 000 articles un mois donné.

b) Montrer que, pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0;10]$, on a : $\mathrm{B}'(x)=-3x^2-24x+252$.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0;10]$.

d) En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal ?

PARTIE C

On note $f(x)$ le coût moyen de production par article fabriqué, exprimé en euros.
La fonction f est définie sur l'intervalle $]0;10]$ par $f(x)=\dfrac{x^3+12x^2+21x+320}{x}$.

1. Justifier que la fonction f est dérivable sur $]0;10]$.

2. a) Calculer $f'(x)$.

b) Vérifier que $f'(x)=\dfrac{(x-4)(2x^2+20x+80)}{x^2}$ pour tout réel x de l'intervalle $]0;10]$.

3. Étudier les variations de la fonction f sur $]0;10]$.