

RENDRE LE SUJET

AVEC VOTRE COPIE DEDANS

MATHÉMATIQUES : DEVOIR SURVEILLÉ 1

MERCREDI 3 OCTOBRE 2018

Durée de l'épreuve : 1 h 50. Calculatrice autorisée.

Un barème (note sur 20) est donné à titre indicatif, et pourra être modifié.

PRESENTATION & NOTATIONS

Résultats mal mis en valeur... très méchant sera le correcteur !

EXERCICE 1 10,5 points (0,5 + 1,5 + 1,5 + 1,5 + 1 + 2 + 1 + 1,5)

Un loueur de voitures dispose au 1^{er} mars 2015 d'un total de 10 000 voitures pour l'Europe. Afin d'entretenir son parc, il décide de revendre, au 1^{er} mars de chaque année, 25 % de son parc automobile et d'acheter 3 000 voitures neuves.

On modélise le nombre de voitures de l'agence à l'aide d'une suite : pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de voitures présentes dans le parc automobile au 1^{er} mars de l'année 2015+ n .

On a donc $u_0 = 10\,000$.

1. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,75u_n + 3000$.
2. Pour tout entier naturel n , on considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 12\,000$.
 - a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75. Préciser son premier terme.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n . Déterminer la limite de la suite (v_n) .
 - c) Justifier que, pour tout entier naturel n , $u_n = 12\,000 - 2\,000 \times 0,75^n$.
 - d) En vous appuyant sur les réponses données aux deux questions précédentes, que pouvez-vous conjecturer sur le nombre de voitures que comptera le parc automobile de ce loueur au bout d'un grand nombre d'années ?

3. Démontrer que la suite (u_n) est strictement croissante.

4. On souhaite déterminer l'année à partir de laquelle le parc comptera au moins 11 950 voitures.

a) Recopier l'algorithme suivant et compléter les pointillés afin qu'il permette de répondre au problème posé.

b) À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année recherchée. Expliquer votre démarche.

```
U ← 10 000
N ← 0
Tant que ...
    N ← ...
    U ← ...
Fin Tant que
Afficher ...
```

EXERCICE 2 1,5 point (0,5 + 0,5 + 0,5)

1. Donner (sur votre copie et sans justifier) la valeur exacte de la somme $S=2+2^2+2^3+\dots+2^{20}$.
2. Donner (sur votre copie et sans justifier) le terme général de la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_1=34000$ et de raison $q=1,05$.
3. On considère la suite géométrique (v_n) de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $v_0=5$.
Calculer la somme $v_0+v_1+v_2+\dots+v_{100}$.

EXERCICE 3 5 points (0,5 + 2 + 1 + 1,5)

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1. On étudie le tirage moyen journalier des quotidiens français d'information générale et politique, c'est-à-dire le nombre moyen d'exemplaires imprimés par jour.

Le tableau suivant donne, entre 2007 et 2014, et pour chaque année, ce tirage moyen journalier, en milliers d'exemplaires :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Tirage moyen journalier en milliers d'exemplaires	10 982	10 596	10 274	10 197	10 182	9 793	9 321	8 854

Source : D.G.M.I.C (Direction générale des médias et des industries culturelles)

- a) Déterminer une valeur approchée (à 0,01 %) du taux d'évolution annuel entre 2010 et 2014.
 - b) Déterminer une valeur approchée (à 0,01 %) du taux d'évolution moyen annuel entre 2007 et 2014.
2. Un capital est placé au taux d'intérêts composés de 1,5 % par an.
Au bout de combien d'années, sans effectuer de retrait, ce capital aura-t-il (plus que) doublé ?
 3. Quel est le taux mensuel équivalent à un taux annuel de 1,8 % ? Arrondir à 0,01 %.

EXERCICE 4 3 points

En 2015, les forêts couvraient environ 4 000 millions d'hectares sur Terre.

On estime que, chaque année, cette surface diminue de 0,4 %.

Cette perte est en partie compensée par le reboisement, naturel ou volontaire, qui est estimé à 7,2 millions d'hectares par an.

Une étude montre que, pour compenser le nombre d'arbres détruits ces dix dernières années, il faudrait planter 140 milliards d'arbres en 10 ans.

En 2016, on estime que le nombre d'arbres plantés par l'Organisation des Nations unies (ONU) est de 7,3 milliards et on suppose que le nombre d'arbres plantés par l'ONU augmente chaque année de 10 %.

L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 milliards d'arbres de 2016 à 2025 ?

Justifier la réponse *en utilisant la somme des termes d'une suite que vous définirez*.