Rappels	Loi binomiale	1ère ES

I. Épreuve et schéma de Bernoulli

A. Épreuve de Bernoulli

Définition : Une ***épreuve de Bernoulli*** est une expérience aléatoire qui ne comporte **que deux issues**, l'une appelée **S**uccès (S) et l'autre **E**chec (E ou $\bar{S}$)

B. Loi de Bernoulli = Loi de probabilité d'une épreuve de Bernoulli

Définition : Une ***loi de Bernoulli*** est une loi de probabilités définie sur l'ensemble $\Omega=\{S, \bar{S}\}$ des issues d'une épreuve de Bernoulli.
On note p la probabilité d'un succès S (avec $0 \leqslant p \leqslant 1$).
La probabilité d'un échec est donc $1-p$.

Les événements élémentaires	S	$\bar{S}$
Leur probabilité	p	$1-p$

C. Schéma de Bernoulli

• On parle de ***répétition d'épreuves d'épreuves identiques*** lorsque la même expérience aléatoire (notamment avec les mêmes conditions initiales) est répétée plusieurs fois de suite.

• Ces expériences aléatoires successives sont dites ***indépendantes*** si l'issue d'aucune des expériences aléatoires ne dépend de l'issue des autres expériences aléatoires.

Définition : Un ***schéma de Bernoulli*** est une répétition d'épreuves de Bernoulli **identiques** et **indépendantes**.

II. Loi binomiale

A. Définition

Définition : On considère un schéma de Bernoulli, répétition de n épreuve de Bernoulli identiques et indépendantes de paramètre p (p étant la probabilité de succès à chaque épreuve).

On note **X** la variable aléatoire égale au ***nombre de succès lors de ces n épreuves***.

La loi de probabilité de X est appelée ***loi binomiale de paramètres n et p***, où ***n*** est le nombre d'épreuves et ***p*** la probabilité de succès à chaque épreuve.

B. Coefficients binomiaux

Définition : n et k étant des nombres entiers positifs ou nuls avec $k \leqslant n$, le nombre $\boldsymbol{\binom{n}{k}}$ est par définition le nombre de façons de choisir k objets parmi n sans tenir compte de l'ordre. Ce nombre se lit « k parmi n »[1]. Il se note aussi C_n^k.

• Les nombres $\binom{n}{k}$ sont appelés ***coefficient binomiaux***.

• Dans un arbre représentant un schéma de Bernoulli, le nombre de branches réalisant k succès sur les n épreuves est égal à $\binom{n}{k}$.

C. Loi binomiale

Propriété : Si X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p, (où ***n*** est le nombre d'épreuves, ***p*** la probabilité de succès à chaque épreuve et X le nombre de succès sur les n épreuves), alors pour tout entier entre 0 et n, la probabilité d'obtenir k succès sur les n épreuves est $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$.

D. ~~Espérance de la loi binomiale~~

Propriété : Si X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p, (où ***n*** est le nombre d'épreuves, ***p*** la probabilité de succès à chaque épreuve et X le nombre de succès sur les n épreuves), alors $E(X)=np$

III. Propriétés des coefficients binomiaux

■ Propriétés :

• Pour tout entier $n \geqslant 1$, $\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$

• Pour tout entiers n et k tels que $n \geqslant 1$ et $0 \leqslant k \leqslant n$, on a $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$

• Triangle de Pascal : Pour tout entiers n et k tels que $n \geqslant 1$ et $0 \leqslant k \leqslant n-1$, on a
$$\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}=\binom{n+1}{k+1}$$

[1] Le n est en haut car en anglais, cela si lit « *n choose k* » donc c'est logique de commencer par n puisqu'on lit de haut en bas. En français, du coup, la disposition n'est pas très naturelle vu qu'on dit « *k parmi n* ».