

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

EXERCICES DE BAC

Liban, 2017

Candidats ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Les parties A et B sont indépendantes.

Dans cet exercice, on arrondira les résultats au millième.

Une agence Pôle Emploi étudie l'ensemble des demandeurs d'emploi selon deux critères, le sexe et l'expérience professionnelle.

Cette étude montre que :

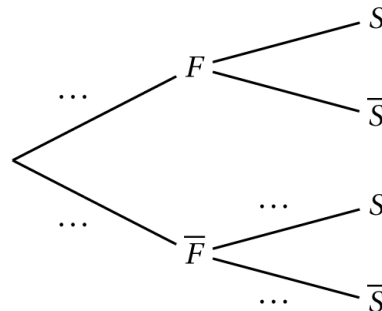
- 52 % des demandeurs d'emploi sont des femmes et 48 % sont des hommes;
- 18 % des demandeurs d'emploi sont sans expérience et les autres sont avec expérience;
- parmi les hommes qui sont demandeurs d'emploi, on sait que 17,5 % sont sans expérience.

Partie A

On prélève au hasard la fiche d'un demandeur d'emploi de cette agence. On note :

- S : l'évènement « le demandeur d'emploi est sans expérience »;
- F : l'évènement « le demandeur d'emploi est une femme ».

1. Préciser $p(S)$ et $p_{\bar{F}}(S)$.
2. Recopier l'arbre ci-dessous et compléter les pointillés par les probabilités associées.



3. Démontrer que $p(\bar{F} \cap S) = 0,084$. Interpréter le résultat.
4. La fiche prélevée est celle d'un demandeur d'emploi sans expérience. Calculer la probabilité pour que ce soit un homme.
5. Sachant que la fiche prélevée est celle d'une femme, calculer la probabilité que ce soit la fiche d'un demandeur d'emploi sans expérience.

Partie B

La responsable de l'agence décide de faire le point avec cinq demandeurs d'emploi qui sont suivis dans son agence. Pour cela, elle prélève cinq fiches au hasard. On admet que le nombre de demandeurs d'emplois dans son agence est suffisamment grand pour assimiler cette situation à un tirage avec remise.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que, parmi les cinq fiches tirées au hasard, il y ait au moins une fiche de demandeur d'emploi sans expérience.

Commun à tous les candidats

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

D'après le « bilan des examens du permis de conduire » pour l'année 2014 publiée par le ministère de l'Intérieur en novembre 2015, 20 % des personnes qui se sont présentées à l'épreuve pratique du permis de conduire avaient suivi la filière de l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC). Parmi ces candidats, 75 % ont été reçus à l'examen. Pour les candidats n'ayant pas suivi la filière AAC, le taux de réussite à l'examen était seulement de 56,6 %.

On choisit au hasard l'un des candidats à l'épreuve pratique du permis de conduire en 2014.

On considère les événements suivants :

- A « le candidat a suivi la filière AAC » ;
- R « le candidat a été reçu à l'examen ».

On rappelle que si E et F sont deux événements, la probabilité de l'évènement E est notée $P(E)$ et celle de E sachant F est notée $P_F(E)$. De plus \bar{E} désigne l'évènement contraire de E .

1. a. Donner les probabilités $P(A)$, $P_A(R)$ et $P_{\bar{A}}(R)$.
b. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. a. Calculer la probabilité $P(A \cap R)$.
b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.
3. Justifier que $P(R) = 0,6028$.
4. Sachant que le candidat a été reçu à l'examen, calculer la probabilité qu'il ait suivi la filière AAC.

On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près de cette probabilité.

Antilles, 2015

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.

L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et, parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.

Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on en trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.

On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Les résultats seront arrondis à 10^{-2} .

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Montrer que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T est 0,59.
4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.
Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 % ?
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves pratiquant le tri sélectif parmi les 4 élèves interrogés. Le nombre d'élèves de l'établissement est suffisamment grand pour que l'on considère que X suit une loi binomiale.
 - (a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
 - (b) Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne pratique le tri sélectif.
 - (c) Calculer la probabilité qu'au moins deux des quatre élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.

Amérique du Nord, 2015

Les parties A et B sont indépendants.

Dans un grand collège, 20,3 % des élèves sont inscrits à l'association sportive.
Une enquête a montré que 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs.
De plus, parmi les élèves non fumeurs, 22,5 % sont inscrits à l'association sportive.

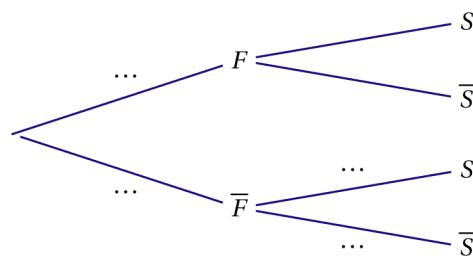
On choisit au hasard un élève de ce collège. On note :

- S l'évènement « l'élève choisi est inscrit à l'association sportive » ;
- F l'évènement « l'élève choisi est fumeur ».

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième.

PARTIE A

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les valeurs des probabilités $p(S)$ et $p_{\bar{F}}(S)$.
2. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



3. Calculer la probabilité de l'évènement $\bar{F} \cap S$ et interpréter le résultat.
4. On choisit au hasard un élève parmi ceux inscrits à l'association sportive. Calculer la probabilité que cet élève soit non fumeur.
5. On choisit au hasard un élève parmi les élèves fumeurs. Montrer que la probabilité que cet élève soit inscrit à l'association sportive est de 0,101.

PARTIE B

Une loterie, à laquelle tous les élèves du collège participent, est organisée pour la journée anniversaire de la création du collège. Quatre lots sont offerts. On admet que le nombre d'élèves est suffisamment grand pour que cette situation soit assimilée à un tirage avec remise.

On rappelle que 20,3 % de l'ensemble des élèves sont inscrits à l'association sportive.

En justifiant la démarche, calculer la probabilité que parmi les quatre élèves gagnants, il y ait au moins un qui soit inscrit à l'association sportive.

Une enquête a été réalisée auprès des élèves inscrits à la demi-pension d'un lycée. Les résultats révèlent que :

- 95 % des élèves déclarent manger régulièrement à la cantine et parmi ceux-ci 70 % sont satisfaits de la qualité des repas ;
- 20 % des élèves qui ne mangent pas régulièrement sont satisfaits de la qualité des repas.

On choisit un élève au hasard parmi les élèves inscrits à la demi-pension.

On note les évènements suivants :

R l'évènement : « l'élève mange régulièrement à la cantine » ;

S l'évènement : « l'élève est satisfait ».

On notera \bar{R} et \bar{S} les évènements contraires de R et S .

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève mange régulièrement à la cantine et soit satisfait de la qualité des repas.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement S est égale à 0,675.
4. Sachant que l'élève n'est pas satisfait de la qualité des repas, calculer la probabilité qu'il mange régulièrement à la cantine. Donner le résultat arrondi à 10^{-3} .
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves inscrits à la demi-pension.

On note X la variable aléatoire égale au nombre d'élèves déclarant être satisfaits de la qualité des repas. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.

Les résultats seront arrondis au millième.

- (a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
- (b) Calculer la probabilité de l'évènement A : « les quatre élèves sont satisfaits de la qualité des repas ».
- (c) Décrire à l'aide d'une phrase l'évènement \bar{A} et calculer sa probabilité.

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de la série L

Pour l'année scolaire, un professeur de mathématiques propose aux élèves de sa classe le choix entre deux types d'accompagnement : « Approfondissement » ou « Ouverture culturelle ».

Chaque semaine, un élève doit s'inscrire dans un et un seul des deux accompagnements proposés.

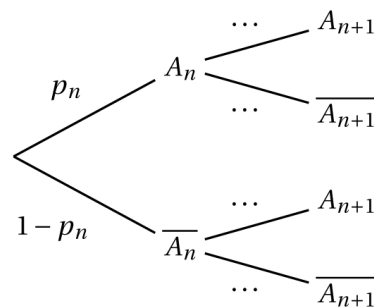
La première semaine, 20 % des élèves de la classe ont choisi « Approfondissement » et tous les autres ont choisi « Ouverture culturelle ». On admet que

- 20 % des élèves ayant choisi « Ouverture culturelle » une certaine semaine s'inscrivent en « Approfondissement » la semaine suivante ;
- 30 % des élèves ayant choisi « Approfondissement » une certaine semaine s'inscrivent en « Ouverture culturelle » la semaine suivante.

On s'intéresse à l'évolution de la répartition des élèves de cette classe entre les deux types d'accompagnement au fil des semaines. Chaque semaine, on interroge au hasard un élève de la classe.

Pour tout entier naturel n non nul, on note A_n l'évènement « l'élève a choisi « Approfondissement » la n -ième semaine » et p_n la probabilité de l'évènement A_n . On a alors $p_1 = 0,2$.

1. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



2. Montrer que, pour tout entier naturel n , $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,2$.
3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = p_n - 0,4.$$

- a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5 et préciser la valeur de son premier terme u_1 .
 - b. En déduire pour tout entier naturel n l'expression de u_n en fonction de n , puis l'expression de p_n en fonction de n .
 - c. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. On considère l'algorithme suivant :

Variables	I et N sont des entiers naturels strictement supérieurs à 1 P est un nombre réel
Entrée	Saisir N
Initialisation	P prend la valeur 0,2
Traitement	Pour I allant de 2 à N : P prend la valeur $0,5P + 0,2$ Fin Pour
Sortie	Afficher P

- a. Écrire ce qu'affiche cet algorithme lorsque l'utilisateur entre la valeur $N = 5$.
- b. Modifier l'algorithme afin qu'il affiche le numéro de la première semaine pour laquelle le pourcentage des élèves de la classe ayant choisi « Approfondissement » dépasse 39,9.