PRIMITIVES : EXERCICES SUPP.

Exercice 1

$f(x)=3x-1+\frac{2}{x^2}$ donc $\mathrm{F}(x)=3\frac{x^2}{2}-x-2\times\frac{1}{x}+k$ *ie* $\mathrm{F}(x)=\frac{3}{2}x^2-x-\frac{2}{x}+k$.

$\mathrm{F}(1)=0$ donc $\frac{3}{2}-1-2+k=0$ donc $k=\frac{3}{2}$: $\mathrm{F}(x)=\frac{3}{2}x^2-x-\frac{2}{x}+\frac{3}{2}$.

Exercice 2

On notera toujours par une minuscule la fonction, et par une majuscule une primitive.

- $a(x)=x^2-5x+\frac{1}{x}$ sur $]0;+\infty[$

donc $\mathrm{A}(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+\ln(x)$

- $c(x)=\mathrm{e}^{-x}$ sur $\mathbb{R}$

$c(x)=-(-1\times\mathrm{e}^{-x})$ donc $\mathrm{C}(x)=-\mathrm{e}^{-x}$

- $d(x)=1-x+x^2-x^3$ sur $\mathbb{R}$

$\mathrm{D}(x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}$

- $f(x)=2x+1$ sur $\mathbb{R}$

$\mathrm{F}(x)=x^2+x$

- $g(x)=10x^4+6x^3-1$ sur $\mathbb{R}$

$\mathrm{G}(x)=10\frac{x^5}{5}+6\frac{x^4}{4}-x=2x^5+\frac{3}{2}x^4-x$

- $h(x)=(x-1)(x+3)$ sur $\mathrm{I}=\mathbb{R}$

$h(x)=...=x^2+2x-3$ donc $\mathrm{H}(x)=\frac{x^3}{3}+x^2-3x$

- $i(x)=-\frac{4}{3x^5}$

$i(x)=-\frac{4}{3}x^{-5}$ donc $\mathrm{I}(x)=-\frac{4}{3}\frac{x^{-4}}{-4}=\frac{x^{-4}}{3}=\frac{1}{3x^4}$

- $m(x)=\frac{4}{(1+4x)^2}$ sur $\left]-\infty;-\frac{1}{4}\right[$

m est de la forme $\frac{u'}{u^2}$ donc $\mathrm{M}=-\frac{1}{u}$: $\mathrm{M}(x)=\frac{-1}{1+4x}$

- $n(x)=\frac{6}{(2x+1)^2}$ sur $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$

$n(x)=3\times\frac{2}{(2x+1)^2}$ donc n est de la forme $3\frac{u'}{u^2}$ donc $\mathrm{N}=3\times\frac{-1}{u}$: $\mathrm{N}(x)=3\times\frac{-1}{2x+1}=\frac{-3}{2x+1}$

- $q(x)=\dfrac{2}{(4-3x)^2}$ sur $\left]\dfrac{4}{3};+\infty\right[$

Cela ressemble presque à $\dfrac{u'}{u^2}$, on souhaiterait donc avoir $\dfrac{-3}{(4-3x)^2}$. Faisons-le apparaître :

$q(x)=\dfrac{2}{-3}\times\dfrac{-3}{(4-3x)^2}$

donc $q=\dfrac{2}{-3}\times\dfrac{u'}{u^2}$ d'où $\mathrm{Q}=\dfrac{2}{-3}\times\dfrac{-1}{u}$

donc $\mathrm{Q}(x)=\dfrac{2}{-3}\times\dfrac{-1}{4-3x}=\dfrac{2}{3(4-3x)}=\dfrac{2}{12-9x}$

- $s(x)=\dfrac{4x-10}{(x^2-5x+6)^2}$ sur $]2;3[$

$s(x)=2\times\dfrac{2x-5}{(x^2-5x+6)^2}$ donc s est de la forme $2\dfrac{u'}{u^2}$ donc $\mathrm{S}(x)=2\times\dfrac{-1}{x^2-5x+6}=\dfrac{-2}{x^2-5x+6}$

- $z(x)=3\,\mathrm{e}^{-4x}$ sur $\mathbb{R}$

$z(x)=\dfrac{3}{-4}\times(-4\,\mathrm{e}^{-4x})$ donc z est de la forme $\dfrac{3}{-4}u'e^u$

donc $\mathrm{Z}=\dfrac{3}{-4}\mathrm{e}^u$: $\mathrm{Z}(x)=-\dfrac{3}{4}\mathrm{e}^{-4x}$

- $b(x)=\dfrac{1}{4}\mathrm{e}^x$ sur $\mathbb{R}$

$\mathrm{B}(x)=\dfrac{1}{4}\mathrm{e}^x$, autrement dit une primitive de b est b

- $e(x)=x\,\mathrm{e}^{x^2}$ sur $\mathbb{R}$

$e(x)=\dfrac{1}{2}\times(2x\,\mathrm{e}^{x^2})$ donc e est de la forme $\dfrac{1}{2}u'e^u$

donc $\mathrm{E}=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^u$: $\mathrm{E}(x)=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$

- $j(x)=\mathrm{e}^{-2x+3}$ sur $\mathbb{R}$

$j(x)=\dfrac{1}{-2}\times(-2\,\mathrm{e}^{-2x+3})$ donc j est de la forme $\dfrac{1}{-2}u'e^u$

donc $\mathrm{J}=\dfrac{1}{-2}\mathrm{e}^u$: $\mathrm{J}(x)=-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x+3}$

- $k(x)=x\,\mathrm{e}^{-x^2}$ sur $\mathbb{R}$

$k(x)=\dfrac{1}{-2}\times(-2x\,\mathrm{e}^{-x^2})$ donc k est de la forme $\dfrac{1}{-2}u'e^u$

donc $\mathrm{K}=\dfrac{1}{-2}\mathrm{e}^u$: $\mathrm{K}(x)=-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-x^2}$

- $p(x)=2x+\dfrac{1}{x^2}$ sur $]0;+\infty[$

$\mathrm{P}(x)=x^2-\dfrac{1}{x}$ ← c'est du cours