SUITES
EXERCICES DE BAC ES

EXERCICE 1 *Amérique du Nord 2017 (2)*

Une grande université, en pleine croissance d'effectifs, accueillait 27 500 étudiants en septembre 2016.
Le président de l'université est inquiet car il sait que, malgré une gestion optimale des locaux et une répartition des étudiants sur les divers sites de son université, il ne pourra pas accueillir plus de 33 000 étudiants.
Une étude statistique lui permet d'élaborer un modèle de prévisions selon lequel, chaque année :

— 150 étudiants démissionnent en cours d'année universitaire (entre le 1er septembre et le 30 juin) ;

— les effectifs constatés à la rentrée de septembre connaissent une augmentation de 4 % par rapport à ceux du mois de juin qui précède.

Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'étudiants estimé selon ce modèle à la rentrée de septembre $2016+n$, on a donc $u_0 = 27\,500$.

1. a) Estimer le nombre d'étudiants en juin 2017.
   b) Estimer le nombre d'étudiants à la rentrée de septembre 2017.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 1{,}04u_n - 156$.
3. Recopier et compléter les lignes L3, L4 et L5 de l'algorithme suivant afin qu'il calcule le nombre d'années à partir duquel le nombre d'étudiants à accueillir dépassera la capacité maximale de l'établissement.

L1	$n \leftarrow 0$
L2	$U \leftarrow 27\,500$
L3	Tant que $U \leqslant \dots$
L4	$\quad n \leftarrow \dots$
L5	$\quad U \leftarrow \dots$
L6	Fin Tant que

4. a) On fait fonctionner cet algorithme pas à pas.
   Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant le nombre nécessaire de colonnes ; on arrondira les valeurs de U à l'unité.

	Initialisation	Étape 1	...
Valeur de n	0	...	
Valeur de U	27 500	...	

   b) Donner la valeur de n calculée par cet algorithme.
5. On cherche à calculer explicitement le terme général u_n en fonction de n.
   Pour cela, on note (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 3\,900$.
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 23\,600 \times 1{,}04^n + 3\,900$.
   c) Déterminer la limite de la suite (u_n) et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 2 *Amérique du Sud 2017 (2 obligatoire)*

Mathieu dispose d'un capital de 20 000 euros qu'il veut placer. Sa banque lui propose de choisir entre deux contrats d'épargne.
Contrat A : Le capital augmente chaque année de 4 %.
Contrat B : Le capital augmente chaque année de 2,5 % et une prime annuelle fixe de 330 euros est versée à la fin de chaque année et s'ajoute au capital.
On note a_n le capital, en euro, acquis au bout de n années si Mathieu choisit le contrat A.
b_n le capital, en euro, acquis au bout de n années si Mathieu choisit le contrat B.
On a donc $a_0 = b_0 = 20\,000$ et, pour tout entier naturel n,

$$a_{n+1} = 1{,}04a_n \quad \text{et} \quad b_{n+1} = 1{,}025b_n + 330.$$

1. Dans cette question, on suppose que Mathieu choisit le contrat A.
   a) Calculer la valeur, arrondie à l'euro, du capital disponible au bout de 10 ans.
   b) Déterminer le pourcentage d'augmentation du capital entre le capital de départ et celui obtenu au bout de 10 ans. Arrondir le résultat à 1 %.
2. Dans cette question, on suppose que Mathieu choisit le contrat B.
   On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 13\,200 + b_n$.
   a) Montrer que la suite (u_n) est géométrique de raison 1,025 et calculer son premier terme u_0.
   b) Donner l'expression de u_n en fonction de n.
   c) En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $b_n = 33\,200 \times 1{,}025^n - 13\,200$.
   d) Déterminer au bout de combien d'années le capital disponible devient supérieur à 40 000 euros.
3. On considère l'algorithme suivant :

```
A ← 20000
B ← 20000
N ← 0
Tant que A ⩽ B
    A ← 1,04 × A
    B ← 1,025 × B + 330
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

   a) Le tableau ci-dessous traduit l'exécution pas à pas de l'algorithme.
   Recopier et compléter ce tableau en ajoutant autant de colonnes que nécessaire. Les valeurs de A et de B seront arrondies à l'unité.

Valeur de A	20 000	...	....
Valeur de B	20 000	...	....
Valeur de N	0	...	....
Condition $A \leqslant B$	vraie	...	....

   b) Donner la valeur de N calculée par cet algorithme et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 3 *Antilles Guyane 2017 (2 obligatoire)*

Un particulier possède une piscine et décide de s'équiper d'un système automatique de remplissage pour tenir compte de l'évaporation pendant la période estivale. Sur un site spécialisé, il apprend que les conditions climatiques dans sa région pendant cette période sont telles qu'il peut prévoir une évaporation quotidienne de 4 % de la quantité d'eau. Il décide alors de régler son système de remplissage automatique à un apport de 2m^3 d'eau par jour.
Le premier jour de la mise en fonctionnement du système automatique de remplissage, la piscine contient 75m^3.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le volume d'eau dans la piscine, exprimé en mètre cube (m^3), n jours après la mise en fonctionnement du système automatique de remplissage.
Ainsi, $u_0 = 75$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que la suite (u_n) n'est pas arithmétique.
   Est-elle géométrique ?
3. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}96 \times u_n + 2$.
4. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 50$.
   a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,96 et de premier terme v_0.
   b) Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 25 \times 0{,}96^n + 50$.
   d) Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Si le volume d'eau dans la piscine est inférieur à 65m^3, le niveau de l'eau est insuffisant pour alimenter les pompes de filtration ce qui risque de les endommager. Pour connaître le nombre de jours pendant lesquels le niveau d'eau reste suffisant sans risquer de panne en conservant ce réglage, on construit l'algorithme suivant :

$n \leftarrow 0$	L1
$u \leftarrow 75$	L2
Tant que $u \ldots$	L3
$u \leftarrow \ldots$	L4
$n \leftarrow n+1$	L5
Fin Tant que	L6

   a) Recopier et compléter les lignes L3 et L4 de cet algorithme.
   b) Quelle est la valeur de n calculée à la fin de cet algorithme ?
   c) Pendant combien de jours le niveau de l'eau est-il suffisant si on conserve ce réglage ?

EXERCICE 4 *Antilles Guyane septembre 2017 (2 obligatoire)*

Une petite ville dispose d'un service municipal de location de vélos. La municipalité souhaite être informée sur le nombre de vélos en circulation et le coût engendré.
Le responsable du service de location de vélos constate que, chaque année, 20 % des vélos sont devenus inutilisables car perdus, volés ou détériorés. Le budget alloué au service lui permet de racheter 30 vélos par an.
Le 1er janvier 2017, le parc contient 200 vélos utilisables.
On modélise l'évolution du nombre de vélos utilisables par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n, u_n est le nombre de vélos le 1er janvier de l'année $2017+n$.
Ainsi $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}8 \times u_n + 30$.

1. a) Justifier le coefficient 0,8 dans l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.
   b) Combien y aura-t-il de vélos dans ce parc au 1er janvier 2018 ?
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 150$ pour tout entier naturel n.
   a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b) Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 50 \times 0{,}8^n + 150$.
   d) La municipalité a décidé de maintenir ce service de location tant que le nombre de vélos reste supérieur à 160.
   En quelle année le service de location s'arrêtera-t-il ?
3. Pour l'aider à maintenir le service de location, la municipalité a obtenu une subvention de la région qui sera versée de 2017 inclus à 2025 inclus. Par commodité, on suppose qu'elle est versée pour chaque année le 1er janvier, de 2017 inclus à 2025 inclus.
   Cette subvention s'élève à 20 euros par vélo disponible à la location.
   a) Justifier que la somme des subventions reçues pour les deux premières années s'élève à 7 800 euros.
   b) Déterminer la somme totale perçue grâce à cette subvention du 1er janvier 2017 au 1er janvier 2025.

EXERCICE 5 *Asie 2017 (4 obligatoire)*

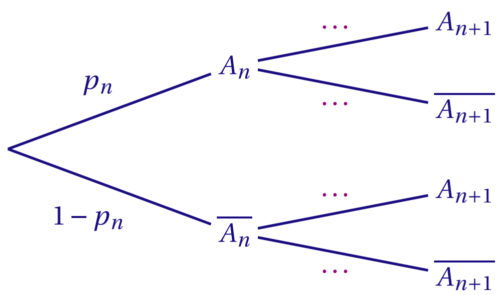
Pour l'année scolaire, un professeur de mathématiques propose aux élèves de sa classe le choix entre deux types d'accompagnement : « Approfondissement » ou « Ouverture culturelle ».
Chaque semaine, un élève doit s'inscrire dans un et un seul des deux accompagnements proposés.
La première semaine, 20 % des élèves de la classe ont choisi « Approfondissement » et tous les autres ont choisi « Ouverture culturelle », On admet que

— 20 % des élèves ayant choisi « Ouverture culturelle » une certaine semaine s'inscrivent en « Approfondissement » la semaine suivante ;

— 30 % des élèves ayant choisi « Approfondissement » une certaine semaine s'inscrivent en « Ouverture culturelle » la semaine suivante.

On s'intéresse à l'évolution de la répartition des élèves de cette classe entre les deux types d'accompagnement au fil des semaines. Chaque semaine, on interroge au hasard un élève de la classe.
Pour tout entier naturel n non nul, on note A_n l'évènement « l'élève a choisi « Approfondissement » la n-ième semaine » et p_n la probabilité de l'évènement A_n. On a alors $p_1 = 0,2$.

1. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



2. Montrer que, pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,2$.
3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = p_n - 0,4$.
   a) Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5 et préciser la valeur de son premier terme u_1.
   b) En déduire pour tout entier naturel n l'expression de u_n en fonction de n, puis l'expression de p_n en fonction de n.
   c) Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
4. On considère l'algorithme suivant où N est un entier :

```
P ← 0,2
Pour I allant de 2 à N
    P ← 0,5P + 0,2
Fin Pour
```

   a) Donner la valeur de la variable P à la fin de l'exécution de cet algorithme lorsque $N = 5$.
   b) Modifier l'algorithme afin qu'il calcule le numéro de la première semaine pour laquelle le pourcentage des élèves de la classe ayant choisi « Approfondissement » dépasse 39,9.

EXERCICE 6 *Centres Étrangers 2017 (3 obligatoire)*

La renouée du Japon est une plante à croissance très rapide et très invasive.
Un jardinier souhaite faire disparaître de son terrain cette espèce qui occupe une superficie de 120 m^2 au 1$^{\text{er}}$ janvier 2017. Pour cela, chaque année au printemps, il procède à un arrachage qui permet de réduire de 10 % la superficie de terrain envahi l'année précédente. Cependant, cette espèce de plante ayant une puissance de dissémination très importante, de nouvelles pousses apparaissent chaque été et envahissent une nouvelle parcelle de terrain d'une superficie de 4 m^2.

1. Déterminer la superficie de terrain envahi par cette plante au 1$^{\text{er}}$ janvier 2018.

   On modélise la situation par une suite (u_n) où u_n représente la superficie de terrain en m^2 envahi par la Renouée du Japon au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2017+n$.

   La suite (u_n) est donc définie par $u_0 = 120$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 4$.

2. Le jardinier souhaite connaître l'année à partir de laquelle il aura réduit au moins de moitié la superficie de terrain envahi par rapport au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année 2017.

   Recopier et compléter les lignes L1, L3 et L4 de l'algorithme suivant afin qu'il détermine l'année souhaitée.

   On ne demande pas de faire fonctionner l'algorithme.

L1	$U \leftarrow \ldots$
L2	$N \leftarrow 0$
L3	Tant que ....
L4	$\quad U \leftarrow \ldots$
L5	$\quad N \leftarrow N+1$
L6	Fin tant que

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 40$.

   a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0{,}9$ et préciser le premier terme.

   b) Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

   c) Justifier que $u_n = 80 \times 0{,}9^n + 40$ pour tout entier naturel n.

4. a) Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $80 \times 0{,}9^n + 40 \leqslant 60$.

   b) En déduire l'année à partir de laquelle la superficie envahie par la plante sera réduite au moins de moitié par rapport au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année 2017.

5. Le jardinier arrivera-t-il à faire disparaître complètement la plante de son terrain ? Justifier la réponse.

EXERCICE 7 *France métropolitaine, La Réunion 2017 (2 obligatoire)*

Au 1er janvier 2017, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque mois :

— 25 % des adhérents de l'association ne renouvellent pas leur adhésion;

— 12 nouvelles personnes décident d'adhérer à l'association.

PARTIE A

On modélise le nombre d'adhérents de l'association par la suite (u_n) telle que $u_0 = 900$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = 0{,}75u_n + 12.$$

Le terme u_n donne ainsi une estimation du nombre d'adhérents de l'association au bout de n mois.

1. Déterminer une estimation du nombre d'adhérents au 1er mars 2017.
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 48$ pour tout entier naturel n.

   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 0,75.

   b) Préciser v_0 et exprimer v_n en fonction de n.

   c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 852 \times 0{,}75^n + 48$.
3. La présidente de l'association déclare qu'elle démissionnera si le nombre d'adhérents devient inférieur à 100. Si on fait l'hypothèse que l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit de la même façon, faudra-t-il que la présidente démissionne ? Si oui, au bout de combien de mois ?

PARTIE B

Chaque adhérent verse une cotisation de 10 euros par mois. Le trésorier de l'association souhaite prévoir le montant total des cotisations pour l'année 2017.
Le trésorier souhaite utiliser l'algorithme suivant dans lequel la quatrième et la dernière ligne sont restées incomplètes (pointillés).

1. Recopier et compléter l'algorithme de façon qu'il calcule le montant total des cotisations de l'année 2017.

```
S ← 0
U ← 900
Pour N allant de 1 à 12
    S ← ...
    U ← 0,75U + 12
Fin Pour
S ← ...
```

2. Quelle est la somme totale des cotisations perçues par l'association pendant l'année 2017 ?

EXERCICE 8 *France métropolitaine, La Réunion septembre 2017 (3 obligatoire)*

Dans cet exercice, on étudie le tirage moyen journalier des quotidiens français d'information générale et politique, c'est-à-dire le nombre moyen d'exemplaires imprimés par jour.
Le tableau suivant donne, entre 2007 et 2014, pour chaque année ce tirage moyen journalier, en milliers d'exemplaires :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Tirage moyen journalier en milliers d'exemplaires	10 982	10 596	10 274	10 197	10 182	9 793	9 321	8 854

Source : D.G.M.I.C (Direction générale des médias et des industries culturelles)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis si nécessaire au centième.

1. Calculer le taux d'évolution du tirage moyen journalier entre 2007 et 2008.

Pour tout entier naturel n, on note V_n le tirage moyen journalier, en milliers d'exemplaires, de l'année $2007+n$.
On modélise la situation en posant : $V_0 = 10982$ et, pour tout entier naturel n, $V_{n+1} = 0{,}96V_n + 100$.

2. Calculer V_1 puis V_2.
3. Soit W_n la suite définie, pour tout entier naturel n, par $W_n = V_n - 2500$.
   a) Montrer que W_n est une suite géométrique de raison 0,96 puis déterminer son premier terme.
   b) Déterminer l'expression de W_n en fonction de n.
   c) En déduire que pour tout entier naturel n, $V_n = 8482 \times 0{,}96^n + 2500$.
4. a) Déterminer le tirage moyen journalier prévu selon ce modèle pour l'année 2017.
   b) Déterminer la limite de la suite W_n. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
   c) Proposer un algorithme affichant le tirage moyen journalier, à partir de 2007 jusqu'à l'année $(2007+n)$, pour un nombre d'années n saisi par l'utilisateur.

EXERCICE 9 — *Liban 2017 (2)*

Les deux parties sont indépendantes

PARTIE A : L'accord de Kyoto (1997)

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone, noté CO_2.
En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent CO_2 contre 559 mégatonnes en 1990.

1. Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8 % entre 1990 et 2012.
   Peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà cet engagement ? Justifier la réponse.
2. Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6 % par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à 0,1.

PARTIE B : Étude des émissions de gaz à effet de serre d'une zone industrielle

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installées sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de 2 % d'une année sur l'autre et que, chaque année, les implantations de nouvelles entreprises sur le site génèrent 200 tonnes de GES en équivalent CO_2.
En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de CO_2 au total.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone industrielle au cours de l'année $2005 + n$.

1. Déterminer u_0 et u_1.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0{,}98 \times u_n + 0{,}2$.
3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 10$.
   a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,98. Préciser son premier terme.
   b) Exprimer v_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
   c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 31 \times (0{,}98)^n + 10$.
4. a) Calculer la limite de la suite (u_n).
   b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on se propose de déterminer l'année à partir de laquelle la zone industrielle aura réduit au moins de moitié ses émissions de CO_2, par rapport à l'année 2005.
   a) Recopier et compléter les lignes 3 et 4 de l'algorithme :

```
1  U ← 41
2  n ← 0
3  Tant que …
4      U ← …
5      n ← n + 1
6  Fin Tant que
```

   b) La valeur de n calculée à la fin de l'algorithme est 54. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 10 *Nouvelle Calédonie 2017 (3)*

Début 2013, la superficie totale des forêts sur la terre représente un peu plus de 4 milliards d'hectares.
Au cours de l'année 2013, on estime qu'environ 15 millions d'hectares ont été détruits.
Des plantations d'arbres et une expansion naturelle des forêts ont ajouté 10,2 millions d'hectares de nouvelles forêts en 2013.

1. Montrer que la superficie totale des forêts détruites au cours de l'année 2013 représente 0,375 % de la superficie totale des forêts mesurée au début de l'année.

On admet dans la suite que chaque année, la proportion des surfaces détruites de forêts et la superficie de nouvelles forêts restent constantes.
On note u_n la superficie (en millions d'hectares) occupée par les forêts sur la Terre au début de l'année $(2013+n)$ avec $u_0 = 4\,000$.

2. a) Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}996\,25 u_n + 10{,}2$.
   b) Montrer que la superficie totale des forêts sur la Terre, au début de l'année 2014, en millions d'hectares, est $u_1 = 3\,995{,}2$.
3. Soit (d_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $d_n = u_n - 2\,720$.
   a) Montrer que pour tout entier naturel n, $d_{n+1} = 0{,}996\,25 \times d_n$.
   b) Quelle est la nature de la suite (d_n) ? Calculer d_0.
   c) Déterminer, pour tout entier naturel n, l'expression de d_n, en fonction de n ; en déduire l'expression de u_n en fonction de n.
4. a) Proposer un algorithme affichant la superficie (en millions d'hectares) occupée par les forêts sur la Terre, pour chaque année de 2013 à 2029.
   b) À partir de quelle année la superficie des forêts présentes sur la Terre sera inférieure à 3,9 milliards d'hectares ? Préciser la démarche utilisée.

EXERCICE 11 *Nouvelle Calédonie février 2018 (3 obligatoire)*

On étudie les abonnements à un grand quotidien de 2011 à 2015.
Le tableau suivant indique, pour chaque année de 2011 à 2015, le nombre d'abonnés.

Année	2011	2012	2013	2014	2015
Nombre d'abonnés	620 214	610 156	575 038	578 282	555 239
Taux d'évolution annuel		−1,62 %	−5,76 %	0,56 %	−3,98 %
Taux d'évolution par rapport à l'année 2011		−1,62 %	−7,28 %	−6,76 %	−10,48 %

PARTIE A

1. Retrouver par le calcul, le taux d'évolution annuel entre 2012 et 2013.
2. Le taux d'évolution moyen annuel entre 2011 et 2015 est environ de −2,73 %. Justifier.

PARTIE B

Afin d'étudier cette évolution, on suppose qu'à l'avenir, tous les ans, 10 % des abonnés ne renouvellent pas leur abonnement à ce quotidien mais que l'on compte 52 milliers de nouveaux abonnés.
En 2011, le nombre d'abonnés est égal, après arrondi, à 620 milliers.
On s'intéresse, pour tout entier naturel n, au nombre d'abonnés, en milliers, pour l'année $(2011+n)$.
On note u_n le nombre d'abonnés en milliers pour l'année $(2011+n)$.
On fixe donc $u_0 = 620$.

1. Déterminer le nombre d'abonnés en 2012 suivant ce modèle.
2. Justifier que pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 52$.
3. On définit la suite (v_n), pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 520$.
   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme v_0.
   b) Exprimer v_n en fonction de n.
   c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 100 \times 0{,}9^n + 520$.
4. Le quotidien est considéré en difficulté financière lorsque le nombre d'abonnés est inférieur à 540 milliers.
   a) Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer l'année à partir de laquelle le quotidien sera en difficulté financière.

      $U \leftarrow 620$
      $N \leftarrow 0$
      Tant que ....
      $\quad U \leftarrow \ldots$
      $\quad N \leftarrow \ldots$
      Fin Tant que

   b) Résoudre l'inéquation $u_n \leqslant 540$.
   c) Déterminer à partir de quelle année le quotidien sera en difficulté financière. Indiquer la démarche.

EXERCICE 12 *Polynésie 2017 (3 obligatoire)*

En 2015, les forêts couvraient environ 4 000 millions d'hectares sur terre. On estime que, chaque année, cette surface diminue de 0,4 %. Cette perte est en partie compensée par le reboisement, naturel ou volontaire, qui est estimé à 7,2 millions d'hectares par an.
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 4000$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}996 \times u_n + 7{,}2$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, u_n permet d'obtenir une estimation de la surface mondiale de forêt, en millions d'hectares l'année $2015 + n$.
2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule la première année pour laquelle la surface totale de forêt couvre moins de 3 500 millions d'hectares sur terre.

```
N ← 2015
U ← 4000
.................................
     .............................
     .............................
.................................
```

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1800$.
   a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique puis préciser son premier terme et sa raison.
   b) En déduire que pour tout entier naturel n, on a : $u_n = 2200 \times 0{,}996^n + 1800$.
   c) Selon ce modèle et si le phénomène perdure, la surface des forêts sur terre va-t-elle finir par disparaître ? Justifier la réponse.
4. Une étude montre que, pour compenser le nombre d'arbres détruits ces dix dernières années, il faudrait planter 140 millions d'arbres en 10 ans.
   En 2016 on estime que le nombre d'arbres plantés par l'Organisation des Nations unies (ONU) est de 7,3 milliards.
   On suppose que le nombre d'arbres plantés par l'ONU augmente chaque année de 10 %.
   L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 millions d'arbres de 2016 à 2025 ?
   Justifier la réponse.

EXERCICE 13 *Polynésie septembre 2017 (3 obligatoire)*

On considère la suite géométrique (u_n), de raison 0,9 et de premier terme $u_0 = 50$.

1. a) Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous afin qu'il calcule le 25^e terme de cette suite, c'est-à-dire u_{24} :

```
U ← ...
Pour N allant de 1 à 24
    U ← ...
Fin pour
```

b) Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

c) Calculer u_{24} et donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près.

2. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n < 0{,}01$.

3. On souhaite calculer la somme $S_{24} = u_0 + u_1 + \cdots + u_{24}$.
   Voici trois propositions d'algorithmes :

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
$S \leftarrow 0$	$S \leftarrow 0$	$S \leftarrow 50$
Pour N allant de 0 à 24	Pour N allant de 0 à 24	Pour N allant de 0 à 24
$S \leftarrow S + 50 \times 0{,}9^N$	$S \leftarrow 50 \times 0{,}9^N$	$S \leftarrow S + 50 \times 0{,}9^N$
Fin Pour	Fin Pour	Fin Pour

a) Un seul de ces algorithmes permet de calculer la somme S_{24}. Préciser lequel en justifiant la réponse.

b) Calculer la somme S_{24}.
   On donnera une valeur approchée du résultat à l'unité près.

4. Pour tout entier naturel n, on note $S_n = u_0 + \cdots + u_n$.
   On admet que la suite (S_n) est croissante et que pour tout entier naturel n, $S_n = 500 - 450 \times 0{,}9^n$.

a) Déterminer la limite de la suite (S_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

b) Alex affirme que S_n peut dépasser 500 pour une valeur de l'entier n suffisamment grande.
   Que pensez-vous de son affirmation ? Justifier la réponse.

EXERCICE 14 *Pondichéry 2017 (3 obligatoire)*

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 150$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 45$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Voici deux propositions d'algorithmes :

ALGORITHME 1	ALGORITHME 2
$U \leftarrow 150$	$U \leftarrow 150$
$N \leftarrow 0$	$N \leftarrow 0$
Tant que $U \geqslant 220$	Tant que $U < 220$
$U \leftarrow 0{,}8 \times U + 45$	$U \leftarrow 0{,}8 \times U + 45$
$N \leftarrow N + 1$	$N \leftarrow N + 1$
Fin Tant que	Fin Tant que

   a) Un seul de ces algorithmes permet de calculer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geqslant 220$.
   Préciser lequel en justifiant pourquoi l'autre algorithme ne le permet pas.

   b) Quelle est la valeur numérique de n calculée par l'algorithme choisi à la question précédente ?

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 225$.

   a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser son premier terme et sa raison.

   b) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 225 - 75 \times 0{,}8^n$.

4. Une petite ville de province organise chaque année une course à pied dans les rues de son centre. En 2015, le nombre de participants à cette course était de 150.
   On fait l'hypothèse que d'une année sur l'autre :

   — 20 % des participants ne reviennent pas l'année suivante ;

   — 45 nouveaux participants s'inscrivent à la course.

   La petite taille des ruelles du centre historique de la ville oblige les organisateurs à limiter le nombre de participants à 250.
   Vont-ils devoir refuser des inscriptions dans les années à venir ? Justifier la réponse.