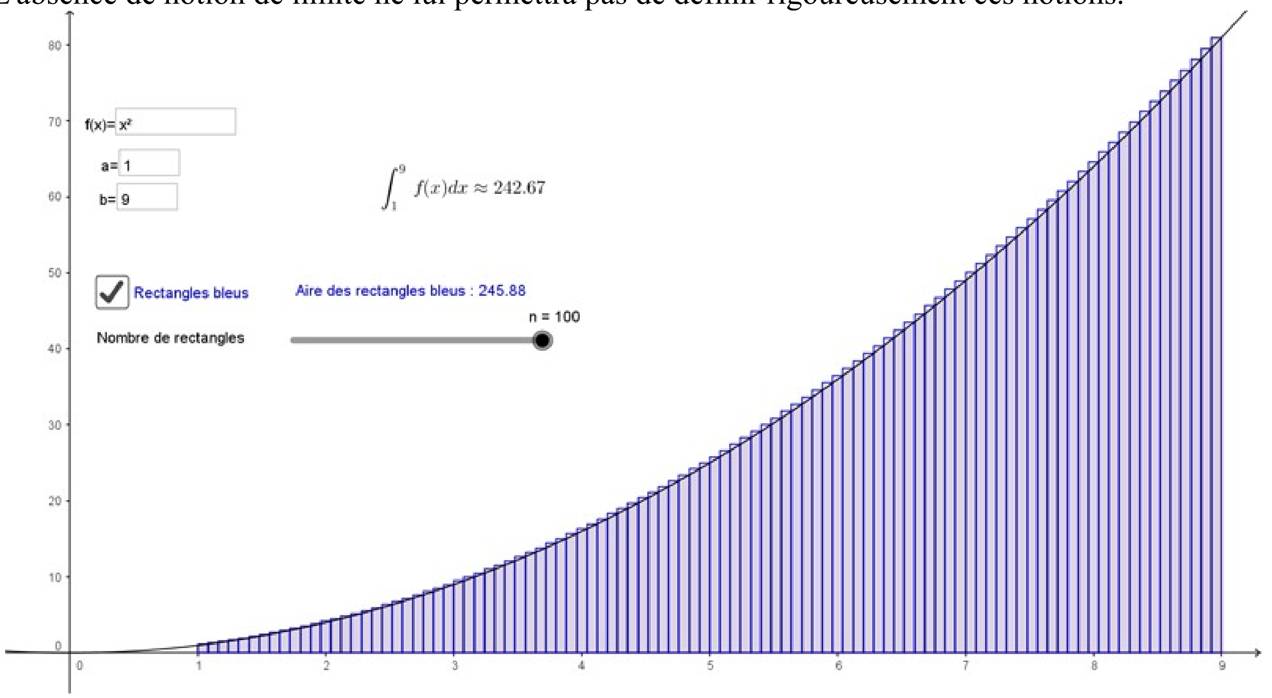
Le symbole est un "S" allongé, le "S" signifiant "somme"...
L'idée est que (pour une fonction continue et positive), pour calculer l'aire entre la courbe et l'axe des abscisses (= "aire sous la courbe"), on peut approcher cette aire par LA SOMME des aires de rectangles. Voir cette animation très explicite :
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/19/Riemann_sum_%28leftbox%29.gif
Le "S" est donc tiré de la première lettre du mot latin "summa". Ce "S" s'est allongé pour devenir le symbole qu'on connait. Ce symbole est alors resté, contrairement au "I" qu'aurait préféré Jean Bernoulli.
Finalement, "intégral" signifie "somme totale, intégrale", comme le sens de l'adjectif "intégral" en français.

Pour la rapide histoire de ce symbole et de l'intégration :

Au 17ème siècle, de nombreux mathématiciens européens (Fermat, Pascal, Wallis, etc.) essaient de mesurer des surfaces et des longueurs de courbes.
Newton et Leibniz apporteront quelque chose de plus: dérivation et intégration sont inverses l'une de l'autre.

<u>Approche de Newton (avant Leibniz)</u> : cinématique (par souci pédagogique – il sait que sa méthode est plus générale). Il cherche à déterminer la vitesse en fonction de la position d'un objet sur une courbe, et vice-versa.
Dans ses calculs, Newton semble considérer la notion de *vitesse instantanée* comme naturelle, sans la définir. En réalité, derrière tout cela se cache la notion de *limite*, qui n'apparaîtra que deux siècles plus tard.

<u>Approche de Leibniz : philosophe mathématicien, calcul d'aires</u>
Il est le premier à exprimer clairement que intégration et différentiation (=dériver) sont des opérations inverses... Sa méthode est de considérer de très petites variations de l'abscisse, notée *dx* (pour "différence des *x*"), et il considère les valeurs de l'ordonnée, c'est-à-dire $f(x)$, qu'il note finalement *dy*.
Il calcule alors la somme des aires des rectangles de base *dx* et de hauteur $f(x)$: $f(x)dx$.
Il explique que si dx est pris infiniment petit, alors on peut négliger l'erreur commise...
L'absence de notion de limite ne lui permettra pas de définir rigoureusement ces notions.



Pour lui, intégrer veut donc dire "sommer", "faire la somme"... des aires des rectangles $f(x)dx$. Cette somme étant infinie, plutôt que de la noter grossièrement $\sum^{\infty} f(x)dx$, il la désigne par la lettre S, comme le *summa* latin, puisqu'il écrivait aussi bien en latin qu'en français ou en allemand. Le "S" s'est allongé pour devenir $\int$. Ce symbole est alors resté, contrairement au "I" qu'aurait préféré Jean Bernoulli, frère de Jacques.

En 1696, le mathématicien Jacques Bernoulli empruntera au latin moderne l'adjectif *integralis*, pour parler de "calcul intégral", qui signifie finalement "somme totale".
Tout cela ne fonctionne que pour des fonctions continues, c'est ce qu'on appelle des "sommes de Riemann" : au 19 ème siècle, le besoin d'intégrer une classe plus large de fonctions se fait sentir.
Riemann définit ce qu'est une fonction intégrable (pas nécessairement continue).
Darboux perfectionnera la théorie.
Puis Borel et surtout Lebesgue viendront créer une nouvelle théorie d'intégration, permettant d'intégrer encore davantage de fonctions... C'est ce qu'on appelle des *intégrales de Lebesgue.*
Denjoy (1912), Person (1914) généralisent encore cette notion, de manière compliquée.
Kurzweil (1957) et Henstock (1961) le refont de manière plus simple et plus élégante.
De nos jours, le concept semble achevé et l'intégrale de Lebesgue (non enseignée au lycée, trop compliquée) reste la référence.