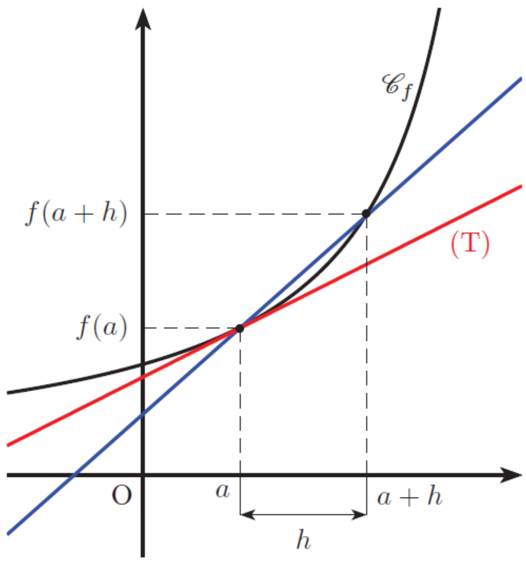
CALCULS DE DÉRIVÉES (PARTIE 1)

I. Nombre dérivé

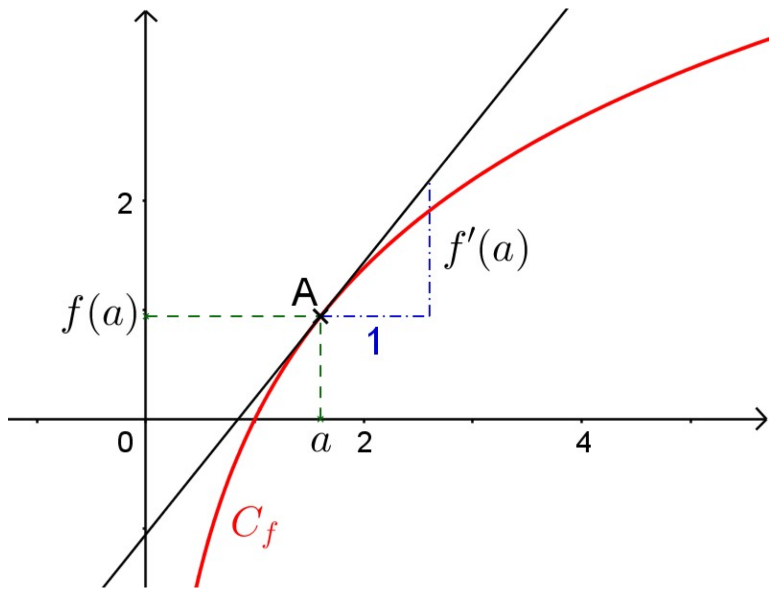
DÉFINITION. Soient f une fonction définie sur un intervalle I et a un réel de I.
On dit que f est dérivable en a si $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un réel quand h tend vers 0.
On note alors $f'(a)$ cette limite, et on l'appelle le ***nombre dérivée de f en a***.

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$



Le nombre dérivée $f'(a)$ est donc le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a.

DÉFINITION.
Si f est dérivable pour toute valeur a de I, alors on note f' la fonction qui à tout x de I associe son nombre dérivé, et on l'appelle ***fonction dérivée de f***.



II. Calculs de dérivées

II.1 Fonctions usuelles

Fonction f : $f(x) = \dots$	D_f	Fonction dérivée f'	Ensemble de dérivabilité
k avec $k \in \mathbb{R}$			
x			
x^2			
x^n avec $n \geqslant 2$			
$\frac{1}{x}$			
$\sqrt{x}$			

II.2 Opérations

PROPRIÉTÉ.

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I.

- $u+v$, ku (où $k \in \mathbb{R}$), uv sont dérivables sur I
- si $v(x) \neq 0$ pour tout réel x de I, alors $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I.

Et :
- dérivée de la somme $(u+v)' =$
- dérivée du produit par un scalaire $(ku)' =$
- dérivée du produit $(uv)' =$
- dérivée du quotient $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

Exemples :

- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3x^2 + 5x - 8$. Déterminer sa fonction dérivée.

- Soit f la fonction définie sur $]7;+\infty[$ par $f(x) = \frac{2x+3}{-x+7}$. Déterminer sa fonction dérivée.

III. Equation d'une tangente

PROPRIÉTÉ.

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I. Soit $a \in$ I.

L'équation (réduite) de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse a est :

Exemple : soit f la fonction polynôme définie par $f(x)=x^3-4x^2+2x+5$.
Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 3.

IV. Dérivation et sens de variation

PROPRIÉTÉS.

Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I. Soit $a \in$ I.

• Si pour tout réel x de I, $f'(x)>0$ (sauf éventuellement un nombre fini de fois où f s'annule), alors f est ....

• Si pour tout réel x de I, $f'(x)\geqslant 0$, alors f est ....

• Si pour tout réel x de I, $f'(x)<0$ (sauf éventuellement un nombre fini de fois où f s'annule), alors f est ....

• Si pour tout réel x de I, $f'(x)\leqslant 0$, alors f est ....

• Si pour tout réel x de I, $f'(x)=0$, alors f est ....

Exemple : soit f la fonction polynôme définie par $f(x)=x^3-4x^2+2x+5$.
Dresser le tableau de variations de f.