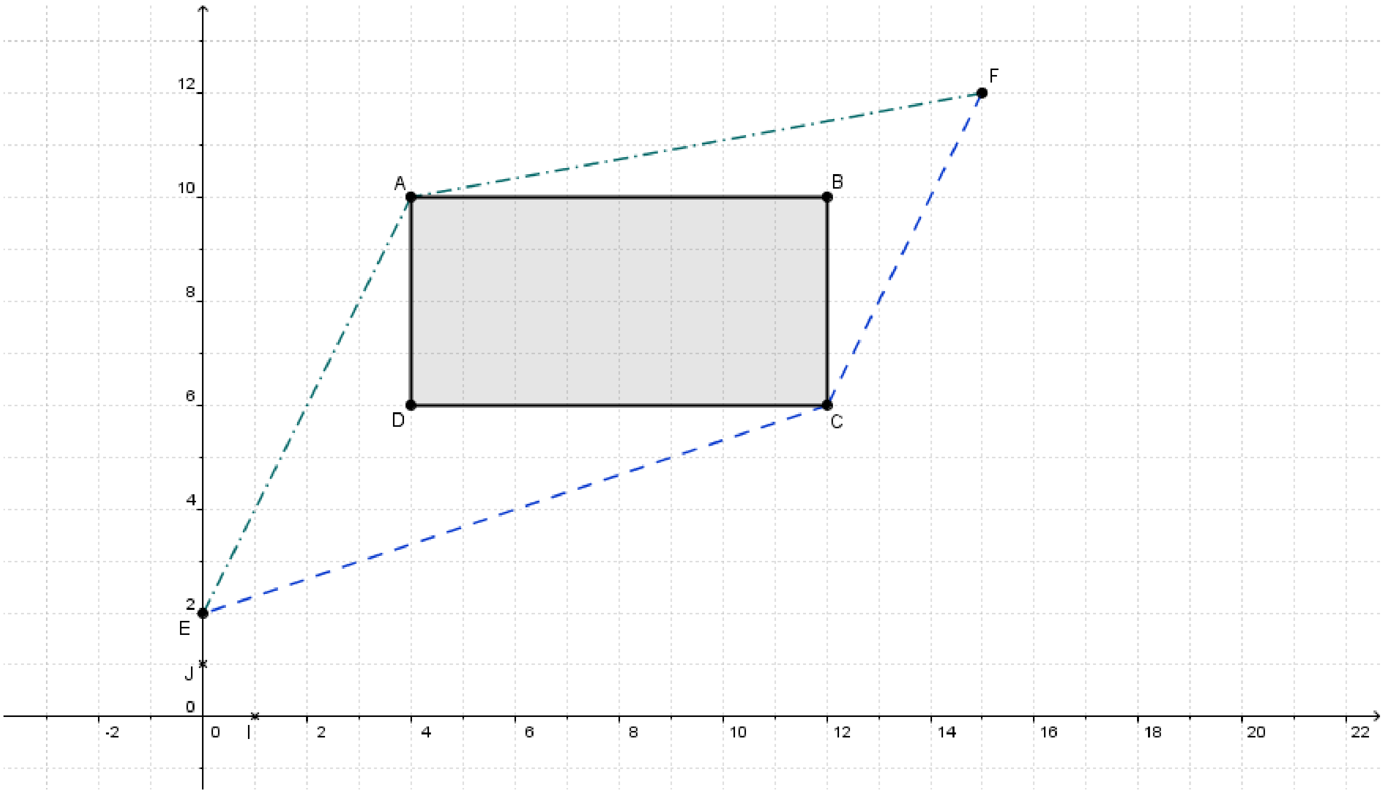
ÉLÉMENTS DE CORRECTION DU DEVOIR À LA MAISON N°1

(« LE PLUS COURT CHEMIN »)

1.



2. • Montrer que [AC] et [BD] ont le même milieu...
Donc ***ABCD parallélogramme***.
Puis :

• *1ère méthode* : montrer que ABC rectangle en B

AC= … donc AC²= …

AB² + BC² = …

donc d'après réciproque Pythagore, ABC rectangle en B.

Or un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle,

donc ***ABCD rectangle***.

• *2ème méthode* : montrer que AC=BD

AC = …

BD = …

donc AC = BD.

Or un parallélogramme ayant ses diagonales de même longueur est un rectangle,

donc ***ABCD rectangle***.

3.

a) $l = FA + AE$

$l = \sqrt{(4-15)^2 + (10-12)^2} + \sqrt{(0-4)^2 + (2-10)^2}$

$l = \sqrt{121+4} + \sqrt{16+64}$

$l = \sqrt{125} + \sqrt{80}$

$l = \sqrt{5 \times 25} + \sqrt{16 \times 5}$

$l = 5\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

$l = 9\sqrt{5}$

$p = FC + CE$

$p = \sqrt{(12-15)^2 + (6-12)^2} + \sqrt{(0-12)^2 + (2-6)^2}$

$p = \sqrt{9+36} + \sqrt{144+16}$

$p = \sqrt{45} + \sqrt{160}$

$p = \sqrt{9 \times 5} + \sqrt{16 \times 10}$

$p = 3\sqrt{5} + 4\sqrt{10}$

b) $l - p = 9\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - 4\sqrt{10}$

$l - p = 6\sqrt{5} - 4\sqrt{2 \times 5}$

$l - p = 6\sqrt{5} - 4\sqrt{2}\sqrt{5}$

$l - p = 3 \times 2\sqrt{5} - 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{5}$

$l - p = 2\sqrt{5}(3 - 2\sqrt{2})$

c)
- $(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2}) = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 2^2\sqrt{2}^2 = 9 - 4 \times 2 = 1$ donc $(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2}) > 0$.
- $\sqrt{2} > 0$ donc $3 + 2\sqrt{2} > 0$.

  Or, $(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2}) > 0$ donc nécessairement : $3 - 2\sqrt{2} > 0$.

d) On a montré que $l - p = 2\sqrt{5}(3 - 2\sqrt{2})$.

Puisque $2\sqrt{5} > 0$ et $3 - 2\sqrt{2} > 0$ (question **2.c)**), on a donc $l - p > 0$.

Par conséquent : $l > p$.

<u>Conclusion</u> : le chemin le plus court est celui de longueur p , c'est-à-dire le chemin n°2 :

F ➡ C ➡ E .