

**DEVOIR SURVEILLE de MATHÉMATIQUES n°6**

Durée : 2 heures

Calculatrice autorisée.

*La propreté de la copie, la clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie.  
Un barème (sur 40) est mentionné à titre indicatif.*

**SUJET À RENDRE AVEC VOS FEUILLES DEDANS****Exercice 1** [ ..... / 11,5 (1+1)+1 + (0,5+1,5+0,5+1) + (2,5+1,5+1) ]

env. 35 min

Un pêcheur à la ligne désire se construire une cabane au bord d'un ruisseau poissonneux. Il achète à un agriculteur une parcelle rectangulaire de 450 m<sup>2</sup>, découpée dans un vaste pré.

1. On note  $x$  l'une des dimensions du rectangle qui représente la clôture.

a) Déterminer la deuxième dimension  $y$  en fonction de  $x$ .

b) Écrire le périmètre du rectangle en fonction de  $x$  seulement.

2. On note  $f$  la fonction qui à tout  $x$  de  $]0;100]$  associe la longueur de la clôture. On admet que :  $f(x) = x + \frac{900}{x}$ .

A l'aide de votre calculatrice, conjecturer graphiquement le minimum de la fonction  $f$  sur  $]0;100]$ . Bien expliquer votre démarche.

3. a) Calculer  $f(30)$ .

b) On admet que, pour tout  $x$  de  $]0;100]$  :  $f(x) - f(30) = \frac{(x-30)^2}{x}$ .

Montrer que, pour tout  $x$  de  $]0;100]$  :  $f(x) \geq f(30)$ .

c) Que peut-on déduire du résultat précédent ?

d) Conclure : déterminer les dimensions du terrain pour que la clôture qui l'entourera sur trois côtés (inutile de clôturer le long du ruisseau) soit de longueur minimale.

4. a) Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'inéquation :  $\frac{(x-60)(x-15)}{x} \geq 0$ .

b) On admet que  $f(60) = 75$ .

Montrer que pour tout réel  $x \neq 0$  :  $f(x) - f(60) = \frac{(x-60)(x-15)}{x}$ .

c) Conclure : pour quelles valeurs de  $x$  la clôture aura une longueur supérieure ou égale à 75 m ?

**Exercice 2** [ ..... / 3 ]

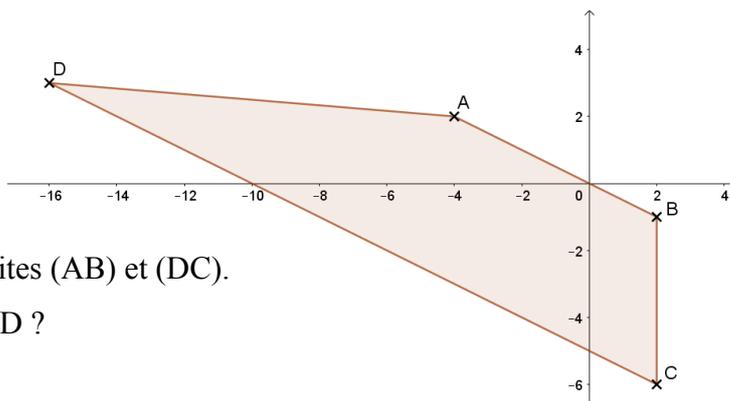
env. 5 min

Résoudre le système suivant : 
$$\begin{cases} -3x + 4y = 5 \\ 5x - 7y = -4 \end{cases}$$

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points suivants :

$$A(-4;2), B(2;-1), C(2;-6) \text{ et } D(-16;3).$$

On notera M le milieu du segment [DC].



1. a) Déterminer les coefficients directeurs des droites (AB) et (DC).
- b) Que peut-on en déduire sur le quadrilatère ABCD ?
2. Déterminer l'équation réduite de la droite (BD).

On admettra par la suite que l'équation réduite de la droite (AC) est  $y = -\frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$  et que celle de la droite (BD) peut s'écrire sous la forme  $-2x - 9y = 5$ .

3. a) Démontrer que l'équation de la droite (AC) peut s'écrire sous la forme  $4x + 3y = -10$ .
- b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites (AC) et (BD), noté K.
4. On admet que les droites (AD) et (BC) sont sécantes en un point L de coordonnées  $(2; \frac{3}{2})$ .
- a) Démontrer que les points L, K et M sont alignés.
- b) Calculer les distances KM et KL. Que peut-on en déduire ?

L'entreprise PokerChip fabrique des jetons de poker de couleurs différentes, qu'elle vend en paquets de 500 à des casinos du monde entier mais aussi à des revendeurs spécialisés.

Elle est composée de quatre sites de production qui produisent chacun des jetons de couleurs différentes : le site B (bleu), le site R (rouge), le site N (noir) et le site W (blanc).

Chaque mercredi, les productions hebdomadaires de chaque site sont amenées sur un autre site pour y être mélangées dans une grande cuve.

Les jetons sont alors préparés de la façon suivante : des bras articulés prélèvent 500 jetons (au hasard) dans la cuve et les déposent dans un carton qui sera ensuite fermé et étiqueté.

Le casino Thief&Co souhaite savoir combien (en moyenne, bien sûr) de jetons de couleur rouge contient chaque carton, et avoir d'autres informations liées à cette couleur.

Voici les données dont on dispose.

Il y a un an, l'entreprise avait fait un inventaire précis de la production sur un mois.

Sur cette période, elle avait alors fabriqué 3 000 000 jetons, soit 6 000 cartons de 500 jetons.

Le tableau suivant donne la répartition du nombre de jetons de couleur rouge dans chaque carton.

Nombre de jetons de couleur rouge	[0;100[	[100;200[	[200;300[	[300;400[	[400;500]	Total
Effectifs (nombre de cartons)	542	1254	2351	963	890	

1. Compléter le tableau de l'annexe 1, sans justifier. Arrondir les fréquences à 0,01 près.
2. Quel est le caractère étudié ? Quel est le type (la nature) de ce caractère ?
3. Calculer la moyenne de cette série.

4. a) Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes (FCC) sur le graphique donné (*annexe 2*).
- b) En déduire graphiquement la médiane et le premier quartile de cette série (*laisser sur le graphique les traits de justification ; aucune autre justification n'est demandée*).
- c) Interpréter le premier quartile.

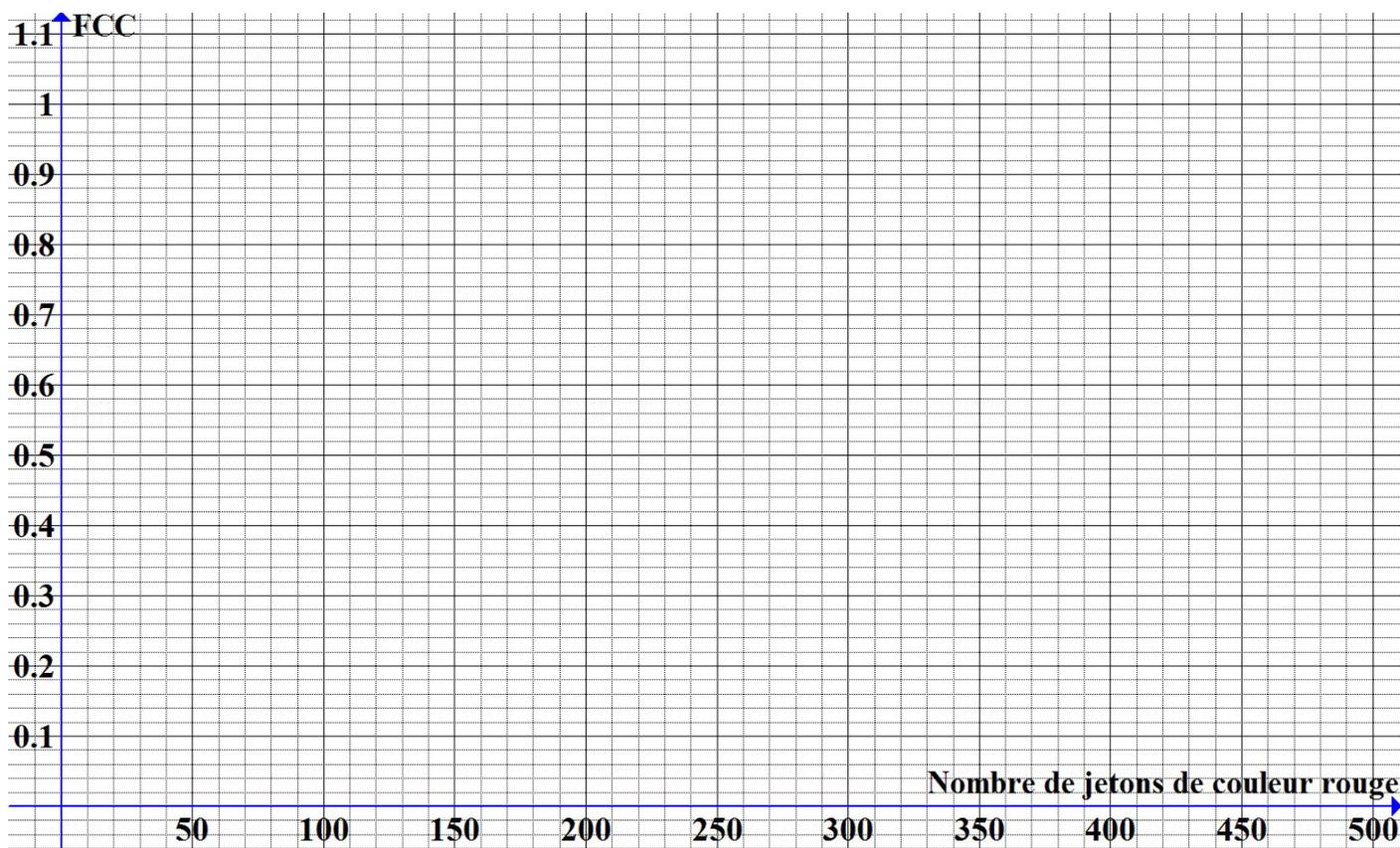
Annexe 1

Nombre de jetons de couleur rouge	[0;100[	[100;200[	[200;300[	[300;400[	[400;500]	Total
Effectifs ( <i>nombre de cartons</i> )	542	1254	2351	963	890	
ECC*						
Fréquences						
FCC**						

\* Effectifs cumulés croissants

\*\* Fréquences cumulées croissantes

Annexe 2



**Exercice 5** [ ..... / 5 (2,5 + 0,5 + (1 + 1)) ]

env. 10 min

En cours de mathématiques, le professeur Matt Aimmatieu fait un sondage concernant les goûts musicaux de ses 35 élèves, qu'il classe en trois catégories : les amateurs de JuL<sup>1</sup>, ceux qui écoutent Ben Howard<sup>2</sup>, et ceux qui aiment écouter Christophe Maé<sup>3</sup>.

On obtient les résultats suivants :

- 18 élèves écoutent JuL et 18 écoutent Christophe Maé
- 6 élèves écoutent JuL et Christophe Maé, 1 personne écoute Ben Howard et JuL, 3 personnes écoutent Ben Howard et Christophe Maé
- 1 personne écoute uniquement Ben Howard
- 1 personne écoute les trois.

On considère les événements suivants :

- $M$  : « l'élève écoute JuL »
- $B$  : « l'élève écoute Ben Howard »
- $C$  : « l'élève écoute Christophe Maé ».

1. Représenter la situation par un diagramme de Venn. Indiquer sur votre copie tous les calculs effectués.
2. Donner sans justifier le nombre de personnes qui écoutent Ben Howard.
3. On choisit au hasard une personne parmi les 35 élèves. Tous ont la même probabilité d'être choisis.
  - a) Déterminer la probabilité que l'élève écoute Christophe Maé ou JuL.
  - b) Décrire par une phrase l'événement  $\overline{B} \cap \overline{C}$  et calculer sa probabilité.

**Exercice 6** [ ..... / 4,5 (1,5 + 1 + (1 + 1)) ]

env. 10 min

Un centre de loisirs destiné aux jeunes de 11 ans à 18 ans compte 60 % de collégiens et 40 % de lycéens.

Le directeur a effectué une étude statistique sur la possession de téléphones portables. Cette étude a montré que 80 % des jeunes possèdent un téléphone portable et que, parmi les collégiens, 70 % en possèdent un.

On choisit au hasard un jeune du centre de loisirs et on s'intéresse aux événements suivants :

- $C$  : « le jeune choisi est un collégien » ;
- $L$  : « le jeune choisi est un lycéen » ;
- $T$  : « le jeune choisi possède un téléphone portable ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que le jeune choisi soit un collégien et qu'il ne possède pas de téléphone portable.
3. a) Calculer  $P(T \cap L)$ .
- b) En déduire la probabilité que le jeune choisi possède un téléphone portable sachant que c'est un lycéen.

1 Tchiki-Tchikita... O\_O

2 Only love, only love ! ♥

3 Faut pas qu'on s'attache et qu'on s'emprisonne, mais rien n'empêche que l'on s'abandonne, non non !