Secondes — **Devoir surveillé n°5** — 30/03/2018

Exercice 1 (5,5)

1)

- $-7x+2=0 \iff x=\frac{-2}{-7} \iff x=\frac{2}{7}$ donc $\frac{2}{7}$ est une valeur interdite.
- $\frac{3}{-7x+2}=5 \iff \frac{3}{-7x+2}-5=0 \iff \frac{3-5(-7x+2)}{-7x+2}=0$

1 $\iff \frac{3+35x-10}{-7x+2}=0 \iff 35x-7=0 \iff x=\frac{7}{35} \iff x=\frac{1}{5}$

L'ens. solution est $S=\left\{\frac{1}{5}\right\}$.

2) $(-2x+3)^2=(-7x+2)^2 \iff (-2x+3)^2-(-7x+2)^2=0$

$\iff (-2x+3-7x+2)(-2x+3+7x-2)=0$

$\iff (-9x+5)(5x+1)=0$

$\iff -9x+5=0$ ou $5x+1=0$

1 $\iff x=\frac{5}{9}$ ou $x=-\frac{1}{5}$

$S=\left\{\frac{5}{9};-\frac{1}{5}\right\}$.

3) $-3x+2=0 \iff x=\frac{2}{3}$ • $4x+9=0 \iff x=-\frac{9}{4}$

x	$-\infty$		$-\frac{9}{4}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$-3x+2$		$+$		$+$	0	$-$	
$4x+9$		$-$	0	$+$		$+$	
Quotient		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

1,5

$S=\left]-\frac{9}{4};\frac{2}{3}\right]$.

4) $\bullet\ -7x+1=0 \iff x=\frac{1}{7}$ $\qquad\bullet\ (2x-1)^2=0 \iff 2x-1=0 \iff x=\frac{1}{2}$

$\bullet\ -x+3=0 \iff x=3$

x	$-\infty$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$-7x+1$		+	0	−		−		−	
$(2x-1)^2$		+		+	0	+		+	
$-x+3$		+		+		+	0	−	
$\frac{-7x+1}{(2x-1)^2(-x+3)}$		+	0	−	||	−	||	+	

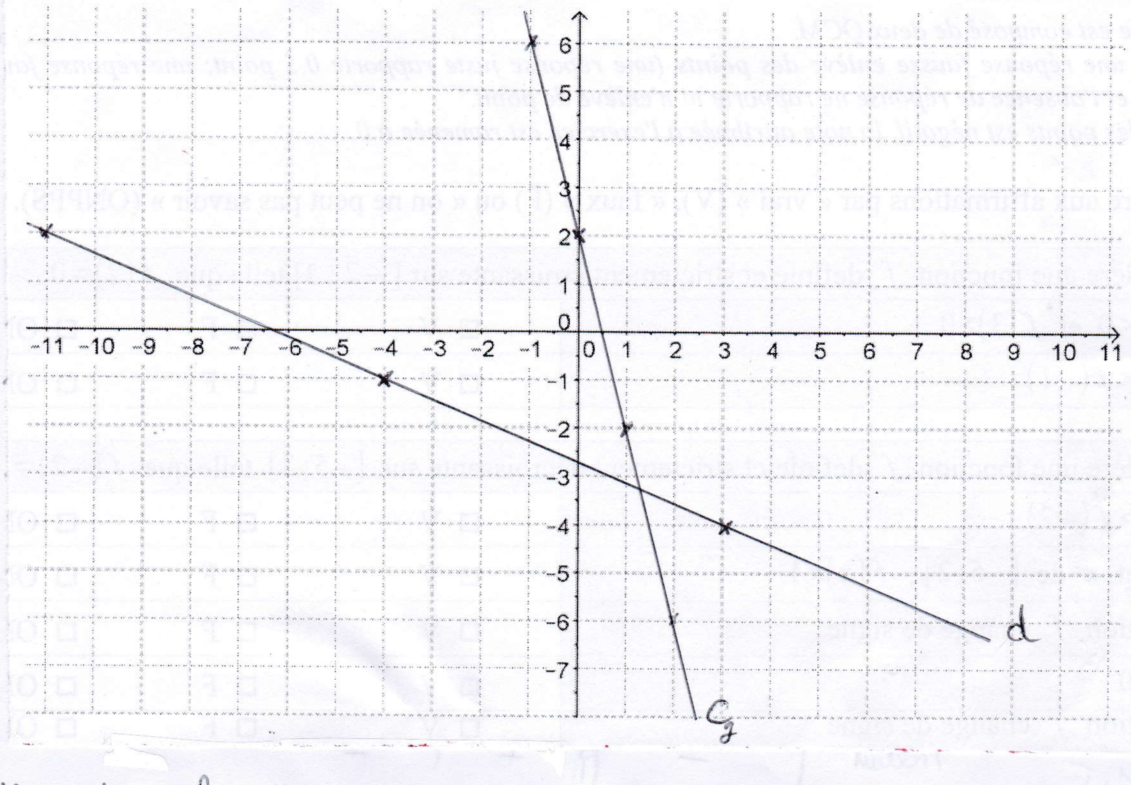
2

... $S=\left[\frac{1}{7}\,;\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{1}{2}\,;3\right[$

⑤ Exercice 2

1) a) et 2) a)

1 $\qquad$ 1



1) b) $\bullet$ f est affine donc $f(x)=ax+b$ ou $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$.

$\bullet$ $a=-\frac{3}{7}$ d'après l'énoncé

1 $\qquad\bullet$ $f(-4)=-1$ donc $-\frac{3}{7}\times(-4)+b=-1$

donc $b=-1-\frac{12}{7}$

$b=-\frac{19}{7}$

$\bullet$ Concl°: $f(x)=-\frac{3}{7}x-\frac{19}{7}$.

(suite exercice 2)

2. b)

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

1

c) $-4<0$ donc g est strictement décroissante (sur $\mathbb{R}$).

1

(1,5) **Exercice 3**.

1) a) • $(MP)//(BO)$ • $M\in[BA]$ • $P\in[OA]$

donc d'après le théorème de Thalès :

1 $$\frac{AP}{AO}=\frac{AM}{AB}=\frac{MP}{BO} \quad \text{ie} \quad \frac{5-x}{5}=\frac{AM}{AB}=\frac{MP}{5}$$

d'où $MP=\dfrac{(5-x)\times 5}{5}$ ie $MP=5-x$.

b) Volume : $V=P'P\times PR\times MP$

avec $P'P=PO+OP'=2x$; $PR=AD=10$; $MP=5-x$

1 donc $V=2x\times 10(5-x)$

$=2x(50-10x)$

$V=-20x^2+100x$.

2) a)

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$	0	45	80	105	120	125	120	105	80	45	0

1,5

voir au dos

0,5 b) Conjecture : le maximum de f sur $[0;5]$ semble être 125.

0,5 3) a) $f(2,5)=-20\times 2,5^2+100\times 2,5=-125+250=125$

b) • $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2\geqslant 0$ car c'est un carré

1 • $-20<0$

donc $f(x)-f(2,5)\leqslant 0$

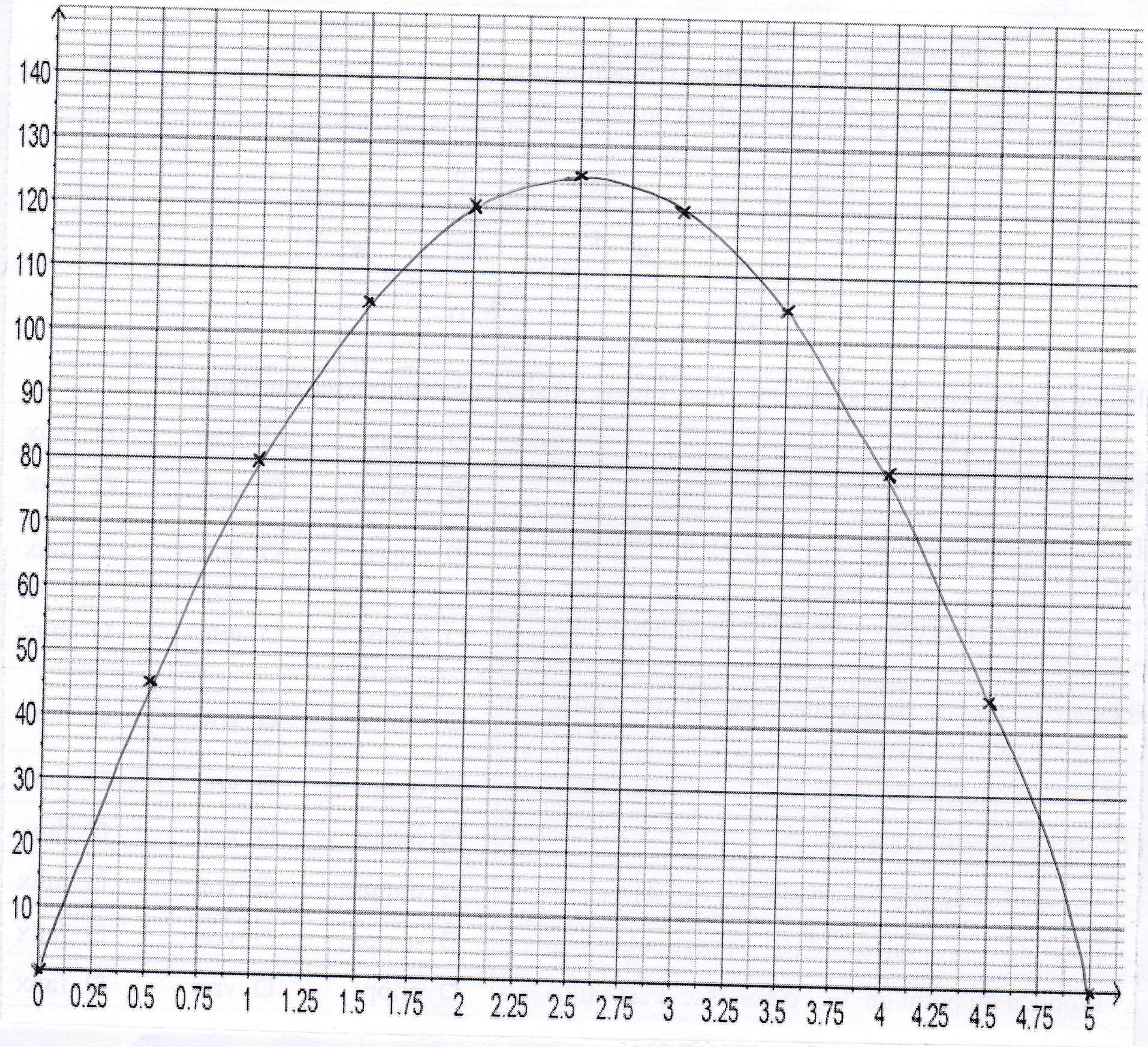
d'où $f(x)\leqslant f(2,5)$.

c) Donc f admet un maximum sur $[0;5]$, qui est $f(2,5)=125$.

1,5 Pour que le volume soit maximal, il faut placer P tel que :

$P'P=2\times 2,5=5$ $PR=10$ $MP=5-2,5=2,5$

Annexe 2 (exercice 3)



4) a) • $x-4=0 \iff x=4$ • $x-1=0 \iff x=1$

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
-20		$-$		$-$		$-$	
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

2

$S =]-\infty ; 1] \cup [4 ; +\infty[$.

b) $f(x)-80 = -20x^2+100x-80$ et $-20(x-4)(x-1) = -20(x^2-x-4x+4)$
$= -20(x^2-5x+4)$
$= -20x^2+100x-80$

1 d'où $f(x)-80 = -20(x-4)(x-1)$.

c) Pour que le volume soit inférieur ou égal à $80\ m^3$, il faut et il suffit que

1,5 $x \in [0;1] \cup [4;5]$.

(En effet : $f(x) \leq 80 \iff f(x)-80 \leq 0$
$\iff -20(x-4)(x-1) \leq 0$)

Exercice 4 [......... / 8]

env. 15 min

Cet exercice est composé de deux QCM.
Attention : une réponse fausse ***enlève des points*** *(une réponse juste rapporte 0,5 point; une réponse fausse enlève 0,25 point) et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

1. Répondre aux affirmations par « vrai » (V), « faux » (F) ou « on ne peut pas savoir » (ONPPS).

On considère une fonction f définie et strictement croissante sur $[-2 ; 3]$ telle que $f(2)=0$.			
$f(-2)<0$ et $f(3)>0$	☒ V	☐ F	☐ ONPPS
$f(-2)<f(-1)$	☒ V	☐ F	☐ ONPPS

On considère une fonction f définie et strictement décroissante sur $[-5;2]$ telle que $f(-2)=1$.			
$f(-5)>f(-2)$	☒ V	☐ F	☐ ONPPS
Pour tout x de $[-5;2]$, $f(x)>1$	☐ V	☒ F	☐ ONPPS
La fonction f change de signe	☐ V	☐ F	☒ ONPPS
$f(0)=0$	☐ V	☐ F	☒ ONPPS
La fonction f change de signe	☐ V	☐ F	☐ ONPPS
$f(0)=0$	☐ V	☐ F	☐ ONPPS

2. On donne ci-contre le tableau de variations d'une fonction f.
On nomme C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.

x	-4		0		2		3
f(x)			4				5
		↗		↘		↗	
	-3				0		

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie, fausse ou si on ne peut pas savoir (onpps).

$f(-2)<f(-2{,}5)$	☐ onpps	☐ vrai	☒ faux	
$f(-3)=-4$	☐ onpps	☐ vrai	☒ faux	
Tous les réels de l'intervalle $[-3;5]$ ont une image par f	☐ onpps	☐ vrai	☒ faux	ONPPS accepté
Tous les réels de l'intervalle $[0;3]$ ont une image positive par f	☐ onpps	☒ vrai	☐ faux	
Il existe un réel de l'intervalle $[-4;3]$ qui a une image strictement négative	☐ onpps	☒ vrai	☐ faux	
-2 est un antécédent de 0	☒ onpps	☐ vrai	☐ faux	
f est une fonction affine	☐ onpps	☐ vrai	☒ faux	
f est croissante sur l'intervalle $[-3;-2]$	☐ onpps	☒ vrai	☐ faux	
Le point de coordonnées $(4;0)$ appartient à C_f	☐ onpps	☐ vrai	☒ faux	ONPPS accepté
L'ordonnée du point de C_f d'abscisse 2 est nulle	☐ onpps	☒ vrai	☐ faux	