Nom :	**Prénom** :	**Classe** : 2nde …

Vendredi 30 mars 2018

DEVOIR SURVEILLE de MATHEMATIQUES n°5

Durée : **2 heures** (1h50)
Calculatrice autorisée.

La propreté de la copie, la clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie (1 point).
Un barème (sur 30) est mentionné à titre indicatif.

***SUJET À RENDRE** AVEC VOTRE FEUILLE*

Exercice 1 [........... / 5,5 *(1 + 1 + 1,5 + 2)*] *env. 20 min*

Résoudre les équations et inéquations suivantes dans l'ensemble ℝ des nombres réels.

1. $\frac{3}{-7x+2}=5$

2. $(-2x+3)^2=(-7x+2)^2$

3. $\frac{-3x+2}{4x+9}\geqslant 0$

4. $\frac{-7x+1}{(2x-1)^2(-x+3)}\leqslant 0$

Exercice 2 [........... / 5 *(1 + 1 + 1 + 1 + 1)*] *env. 15 min*

Soit *d* la droite de coefficient directeur $\frac{-3}{7}$ qui passe par le point $\mathrm{A}(-4;-1)$.
Soit g la fonction définie sur ℝ par $g(x)=2-4x$.

1. a) Tracer la droite *d* dans le repère de l'*annexe 1* (marquer d'une croix les points utilisés).

b) Déterminer (par le calcul) l'expression de la fonction affine *f* qui a pour représentation graphique la droite *d*.

2. a) Tracer la représentation graphique de la fonction g, notée C_g, sur le repère de l'*annexe 1*.

b) Dresser sans justifier le tableau de signes de la fonction g.

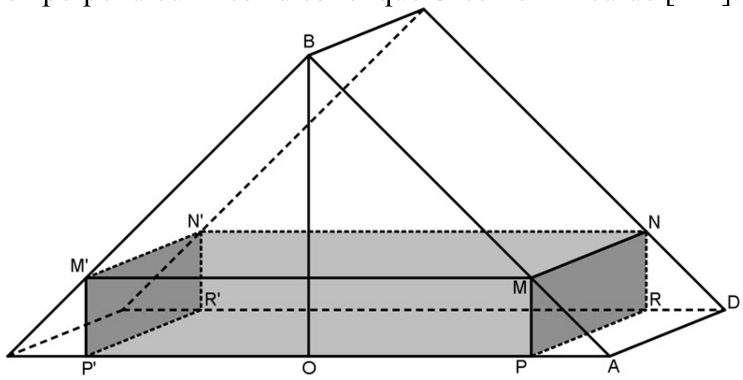
c) Quel est le sens de variation de cette fonction g ? Justifier.

⟶

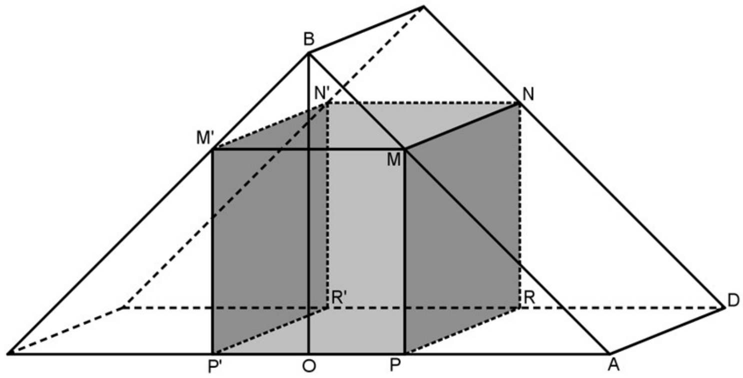
Exercice 3 [........... / 11,5 *(1 + 1) + (1,5 + 0,5) + (0,5 + 1 + 1,5) + (2 + 1 + 1,5)*] *env. 50 min*

Dans un grenier, on souhaite construire une chambre de forme parallélépipédique, de volume le plus grand possible. On a schématisé la situation ci-dessous : $OA=OB=5\,m$; $AD=10\,m$.
On suppose que les murs sont tous bien perpendiculaires au sol et que O est le milieu de [$P'P$].

On a donc (MP)//(BO).



Le point P varie sur [OA].



Voici les deux problèmes que nous allons résoudre dans cet exercice :

- ***Objectif n°1*** : où placer P pour que le volume du parallélépipède $PP'R'RMM'N'N$ soit maximal ?
- ***Objectif n°2*** : savoir pour quelles valeurs de x le volume de la chambre est inférieur ou égal à $80\,m^3$.

1. On note $OP=x$ (en mètres).
a) Montrer que $MP=5-x$.

b) Écrire le volume de la chambre (en m^3), en fonction de x seulement.

2. On note f la fonction qui à tout x de $[0;5]$ associe le volume de la chambre.
On admet que : $f(x)=-20x^2+100x$.
a) Faire un tableau de valeurs de la fonction f (valeurs de 0,5 en 0,5).
Tracer la courbe représentative de f , notée C_f , dans le repère donné (*annexe 2*).

b) Conjecturer graphiquement le maximum de la fonction f sur $[0;5]$.

3. a) Calculer $f(2{,}5)$.

b) On admet que, pour tout x de $[0;5]$: $f(x)-f(2{,}5)=-20\left(x-\frac{5}{2}\right)^2$.

Montrer que, pour tout x de $[0;5]$: $f(x)\leqslant f(2{,}5)$.

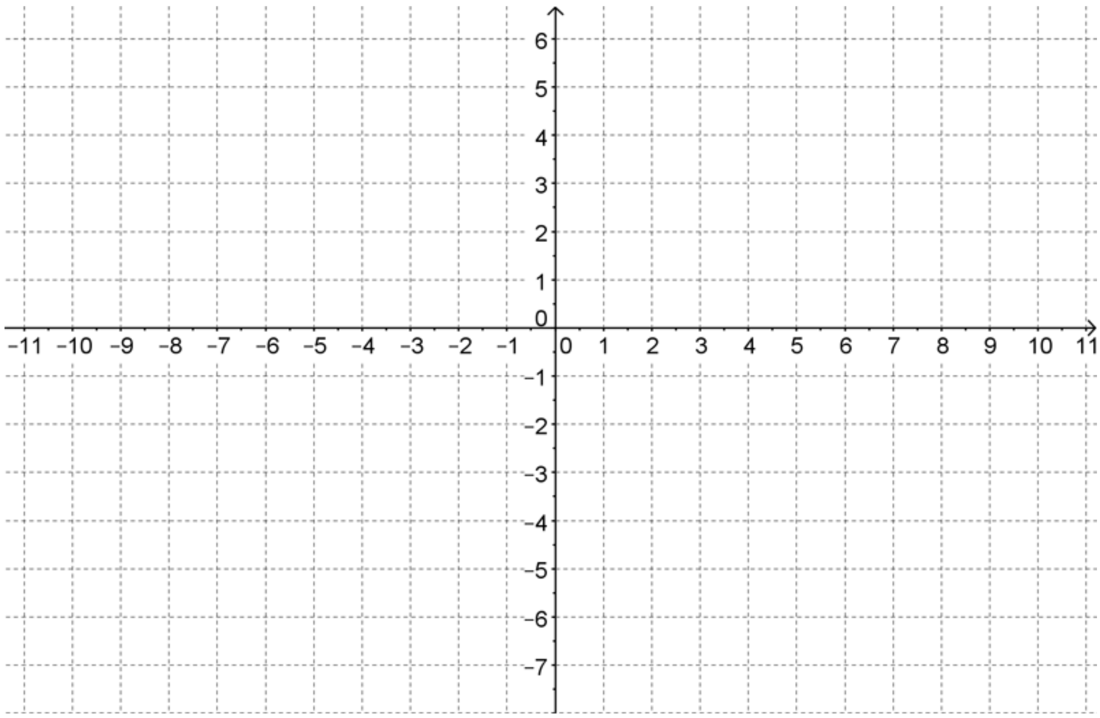
c) Que peut-on déduire du résultat précédent ? Conclure (voir *objectif n°1*), en donnant les trois dimensions de la chambre (hauteur, longueur, largeur).

4. a) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation : $-20(x-4)(x-1)\leqslant 0$.

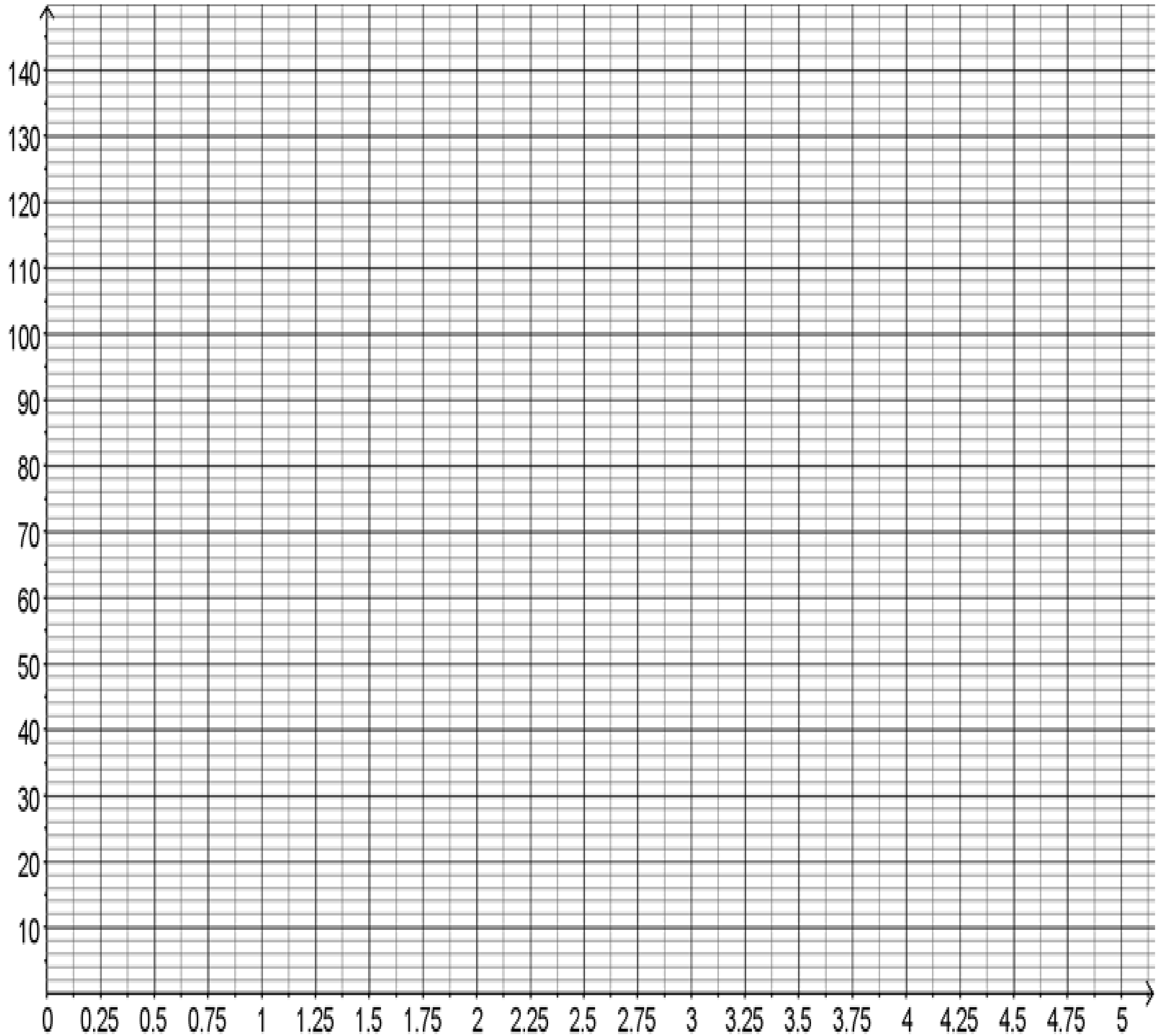
b) Montrer que pour tout réel x de $[0;5]$: $f(x)-80=-20(x-4)(x-1)$.

c) Conclure (voir *objectif n°2*).

Annexe 1 (exercice 2)



Annexe 2 (exercice 3)



Exercice 4 [........... / 8] *env. 15 min*

Cet exercice est composé de deux QCM.
Attention : une réponse fausse ***enlève des points*** *(une réponse juste rapporte 0,5 point; une réponse fausse enlève 0,25 point) et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

1. Répondre aux affirmations par « vrai » (V), « faux » (F) ou « on ne peut pas savoir » (ONPPS).

On considère une fonction f définie et strictement croissante sur [-2 ; 3] telle que $f(2)=0$.			
$f(-2)<0$ et $f(3)>0$	☐ V	☐ F	☐ ONPPS
$f(-2)<f(-1)$	☐ V	☐ F	☐ ONPPS

On considère une fonction f définie et strictement décroissante sur $[-5;2]$ telle que $f(-2)=1$.			
$f(-5)>f(-2)$	☐ V	☐ F	☐ ONPPS
Pour tout x de $[-5;2]$, $f(x)>1$	☐ V	☐ F	☐ ONPPS
La fonction f change de signe	☐ V	☐ F	☐ ONPPS
$f(0)=0$	☐ V	☐ F	☐ ONPPS

2. On donne ci-contre le tableau de variations d'une fonction f .
On nomme C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.

x	–4		0		2		3
f(x)	–3	↗	4	↘	0	↗	5

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie, fausse ou si on ne peut pas savoir (onpps).

$f(-2)<f(-2{,}5)$	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux
$f(-3)=-4$	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux
Tous les réels de l'intervalle $[-3;5]$ ont une image par f	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux
Tous les réels de l'intervalle $[0;3]$ ont une image positive par f	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux
Il existe un réel de l'intervalle $[-4;3]$ qui a une image strictement négative	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux
-2 est un antécédent de 0	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux
f est une fonction affine	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux
f est croissante sur l'intervalle $[-3;-2]$	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux
Le point de coordonnées $(4;0)$ appartient à C_f	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux
L'ordonnée du point de C_f d'abscisse 2 est nulle	☐ onpps	☐ vrai	☐ faux