DEVOIR SURVEILLE de MATHEMATIQUES n°2

ÉLÉMENTS DE CORRECTION

Exercice 1

$g(x)=\frac{1-2x}{3-x^2}$

1.

x	-7	-2	-1	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{2}$	1
$g(x)$	$-\frac{15}{46}$	-5	$\frac{3}{2}$	$\frac{40}{39}$	$\frac{35}{146}$	0	$-\frac{1}{2}$

2. $g\left(-\frac{1}{3}\right)=\dfrac{1-2\times\frac{-1}{3}}{3-\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=\dfrac{1+\frac{2}{3}}{3-\frac{1}{9}}=\dfrac{\frac{5}{3}}{\frac{26}{9}}=\frac{5}{3}\times\frac{9}{26}=\frac{5\times3\times3}{3\times2\times13}=\frac{15}{26}$

Or, $15\times50=750$ et $29\times26=754$ donc $\frac{15}{26}\neq\frac{29}{50}$

donc A $\notin$ C_g .

Exercice 2

$g(x)=(-5-2x)^2-(x-3)^2$. Autres formes de $g(x)$: $3x^2+26x+16$ et $(x+8)(3x+2)$.

1. $g\left(-\frac{5}{2}\right)=\left(-5-2\times\left(-\frac{5}{2}\right)\right)^2-\left(-\frac{5}{2}-3\right)^2$

$g\left(-\frac{5}{2}\right)=0-\left(-\frac{11}{2}\right)^2$

$\boldsymbol{g\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{121}{4}}$

2. $g(x)=0 \Leftrightarrow (x+8)(3x+2)=0$

$\Leftrightarrow x+8=0$ ou $3x+2=0$

$\Leftrightarrow x=-8$ ou $x=-\frac{2}{3}$

Les antécédents de 0 sont -8 et $-\frac{2}{3}$.

3. $g(x)=16 \Leftrightarrow 3x^2+26x+16=16$

$\Leftrightarrow 3x^2+26x=0$

$\Leftrightarrow x(3x+26)=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $3x+26=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\frac{26}{3}$

Les antécédents de 16 sont 0 et $-\frac{26}{3}$.

Exercice 3

1. $A = (5x-7)(-3x-2)-(5x-7)^2$
$= -15x^2-10x+21x+14-(25x^2-70x+49)$
$= -15x^2+11x+14-25x^2+70x-49$
$A = -40x^2+81x-35$

2. $B = (3x-5)^2-(2x-7)^2$
$= (3x-5+2x-7)(3x-5-(2x-7))$
$= (5x-12)(3x-5-2x+7)$
$B = (5x-12)(x+2)$

Exercice 4

Énoncé	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	*
$(-8x)^2 =$	$64x^2$	$-8x^2$	$-64x^2$	$16x^2$	**A**
$(-3-2x)^2 =$	$-9-4x^2$	$9-4x^2$	$4x^2+12x+9$	$4x^2-12x+9$	**C**
L'équation $(9+x)(x-5)=-33$ admet 2 solutions :	-42 et -28	42 et 28	-6 et 2	6 et -2	**C**

Exercice 5

On trace la courbe représentative de *f* sur $[-10;10]$ en réglant la fenêtre graphique (`V-Window`).
Puis on utilise les touches : `G-SLV` / `X-CAL` en rentrant `Y=0`.
La calculatrice nous indique trois solutions : $x \approx 1{,}83$; $x=2$; x ≈ 2,17 .

Exercice 6

1. L'ensemble de définition de la fonction *f* est : $D_f=[-7{,}5;10]$.

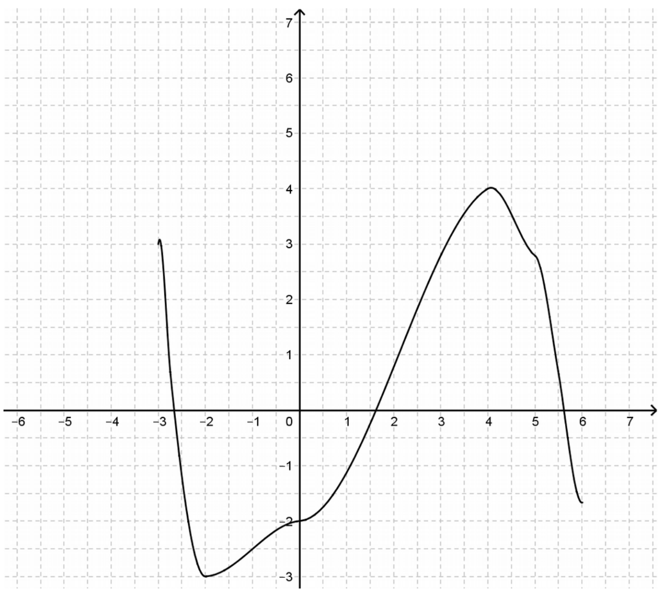
2. a) Par lecture graphique : $f(-4)=-1$; $f(1)=4$ et $f(4)=1$.

b) Antécédents de 1 : $-7{,}2$; 0 ; 4 ; 9,5.
Antécédents de 4 : 1 ; 1,9.
Antécédents de -5 : aucun.

3. a) On cherche les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ et de la droite d'équation $y=-2$.
On lit l'ensemble solution : $S=\{-3{,}5;-1;6;9\}$.

b) On cherche les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ et de la droite d'équation $y=-4{,}5$.
On lit l'ensemble solution : $S=\varnothing$.

Exercice 7



Exercice 8

1. $D_f = [-4;7]$.

2. un antécédent de -1 par la fonction f est $\mathbf{-4}$. Autre réponse possible : **3**.

3. a) le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[-1;7]$ est $\mathbf{-2}$.

b) l'équation $f(x)=0$ admet **3** solutions.

c) le nombre d'antécédents de 3 par la fonction f est **3**.

4. a) $\boldsymbol{f(1)>f(2)}$ car f est strictement décroissante sur [0;3].
b) $f(-3) \in \,]-2;-1[$ et $f(2) \in \,]-1;5[$ donc $\boldsymbol{f(-3)<f(2)}$.
c) $f(1) \in \,]-1;5[$ et $f(4) \in \,]-1;3[$ donc **on ne peut pas conclure**.

Exercice 9

$A(-1;3)$; $B(-1;-2)$; $C(5;-2)$; $D(5;3)$.

1. Le quadrilatère ABCD semble être un rectangle.
Démontrons notre conjecture :
• on note $I(x_I;y_I)$ le milieu de [AC] et $J(x_J;y_J)$ le milieu de [BD]. On a :

$$x_I=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-1+5}{2}=2 \text{ et } y_I=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}\ ;$$

$$x_J=\frac{x_B+x_D}{2}=\frac{-1+5}{2}=2 \text{ et } y_J=\frac{y_B+y_D}{2}=\frac{-2+3}{2}=\frac{1}{2}.$$

Donc le quadrilatère ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu : c'est ***un parallélogramme***.

• De plus, on a :

$$AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}=\sqrt{(5-(-1))^2+(-2-3)^2}=\sqrt{36+25}=\sqrt{61}$$

$$\text{et } BD=\sqrt{(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2}=\sqrt{(5-(-1))^2+(3-(-2))^2}=\sqrt{36+25}=\sqrt{61}$$

d'où $AC=BD$.

• ABCD est ainsi ***un parallélogramme ayant ses diagonales de même longueur*** : c'est donc ***un rectangle***.

2. a) E est le centre du cercle circonscrit à ABC. Or, ABCD est un rectangle, donc ABC est un triangle rectangle en B. Le point E est donc le milieu de l'hypoténuse [AC], d'où en notant $E(x_E;y_E)$:

$$x_E=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{-1+5}{2}=2 \text{ et } y_E=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}.$$

Conclusion : ***E a pour coordonnées*** $\boldsymbol{\left(2;\frac{1}{2}\right)}$.

b) $EF=\sqrt{(x_F-x_E)^2+(y_F-y_E)^2}=\sqrt{\left(\frac{15}{4}-2\right)^2+\left(-3-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{7}{4}\right)^2+\left(-\frac{7}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{49}{16}+\frac{49}{4}}=\sqrt{\frac{49}{16}+\frac{196}{16}}=\sqrt{\frac{245}{16}}$

Or, par définition du point E, on a $EC=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{61}}{2}$.

Si F appartenait au cercle $\mathscr{C}$, on aurait alors : $EC=EF$ c'est-à-dire $\sqrt{\frac{245}{16}}=\frac{\sqrt{61}}{2}$.

On aurait donc $\left(\sqrt{\frac{245}{16}}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{61}}{2}\right)^2$ c'est-à-dire $\frac{245}{16}=\frac{61}{4}$ donc $245\times4=16\times61$ donc $980=976$.

Ceci est absurde, donc ***le point F n'appartient pas au cercle*** $\mathscr{C}$.