

FONCTIONS : GÉNÉRALITÉS

I. Notion de fonction

Définition : une *fonction* est un processus de correspondance qui, à un nombre x d'un ensemble D , fait correspondre un unique autre nombre y .



Le nombre obtenu y est appelé « de x » par la fonction.

NOTATIONS :

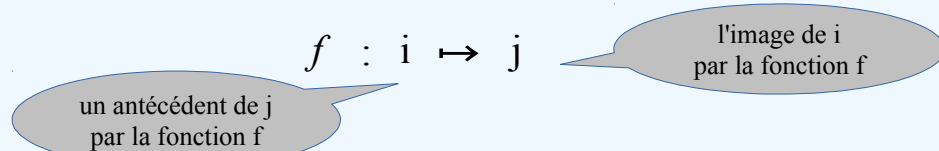
• l'image d'un nombre x par une fonction f se note $f(x)$ (on lit « f de x »)

• pour définir la fonction g qui à x associe $2x^2$, on peut écrire :

$g : x \mapsto 2x^2$ (lire « la fonction g qui à x associe $2x^2$ »)

ou la fonction g définie par $g(x) = 2x^2$.

Définition : si un nombre j est l'image d'un nombre i par une fonction f , alors on dit que i est du nombre j par la fonction f .



⚠ Un nombre n'a qu'une seule image par une fonction, mais un nombre peut avoir

Exemple : on considère la fonction h définie par $h(x) = x^2$.

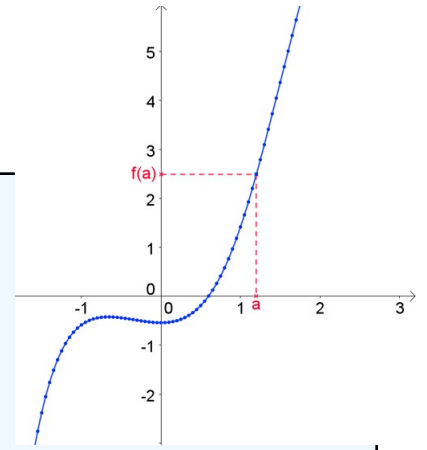
Remarque : déterminer l'*ensemble de définition* d'une fonction f ,

Par exemple, soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{x-2}$.

Cette fonction est définie pour tout réel x tel que, autrement dit tel que

II. Courbe représentative d'une fonction

Soit f une fonction définie sur un ensemble D , et $(O; I; J)$ un repère cartésien du plan.



Définition : On appelle *courbe représentative* de f (ou *représentation graphique* de f) dans le repère $(O;I;J)$

Notation : C ou C_f .

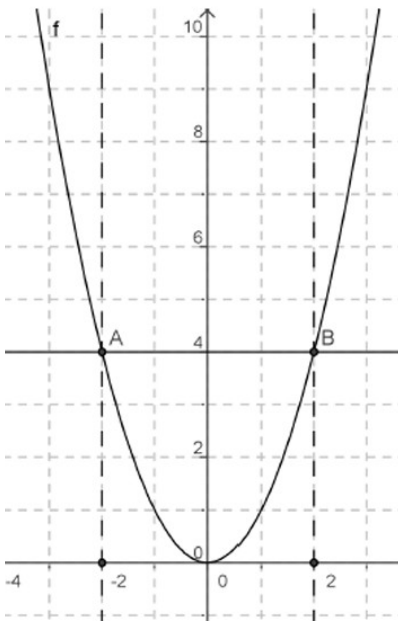
Propriété-définition II.1 :

Un point M de coordonnées $(x; y)$ dans le repère $(O; I; J)$ appartient à la courbe représentative de f si, et seulement si, ses coordonnées vérifient l'égalité, appelée *équation de la courbe représentative de la fonction f* .

DÉMONSTRATION : immédiate avec la définition précédente

III. Résolution graphique d'équations

Sur la figure ci-contre est représentée la fonction f définie par $f(x)=x^2$.



Résoudre l'équation $f(x)=4$.

Rédaction type :

On considère une fonction f définie sur un ensemble D , et C_f la courbe représentative de f dans un repère du plan.

Propriété III.1 : Soit k un nombre réel.

Les solutions de l'équation $f(x)=k$ sont

IV. Variations et extrema d'une fonction

A votre avis, que signifie le tableau suivant ?

x	-2	3	5	7
$f(x)$	-1	-2	3	2

Diagramme du tableau ci-dessus : des flèches indiquent une augmentation de $f(x)$ de $x=-2$ à $x=3$, et une diminution de $f(x)$ de $x=3$ à $x=7$.

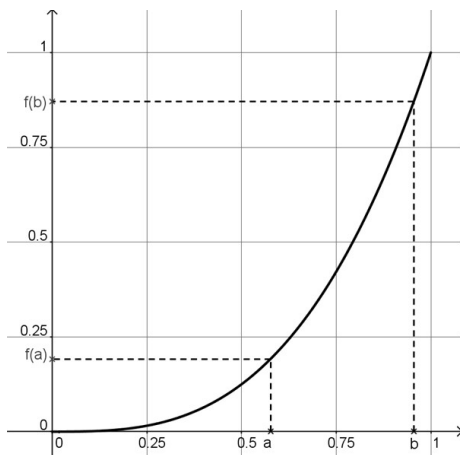
Comparer, si possible :

- $f(1)$ et $f(-1)$:
- $f(-1)$ et $f(6)$:
- $f(4)$ et $f(6)$:

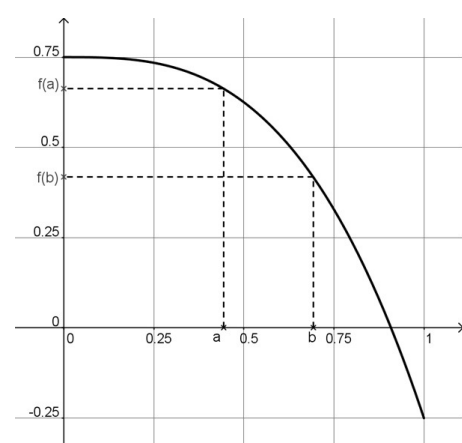
Définition : Soit f une fonction définie sur un intervalle D .

- la fonction f est dite **croissante sur I** lorsque pour tous les réels $a \in D$ et $b \in D$:
- la fonction f est dite **décroissante sur I** lorsque pour tous les réels $a \in D$ et $b \in D$:
- la fonction f est dite **constante sur I** lorsqu'il existe un nombre réel y tel que :
- la fonction f est dite **monotone sur I** lorsqu'elle est

Exemples : fonction croissante sur $[0; 1]$



fonction décroissante sur $[0; 1]$



Définition : Soit f une fonction définie sur un ensemble D .

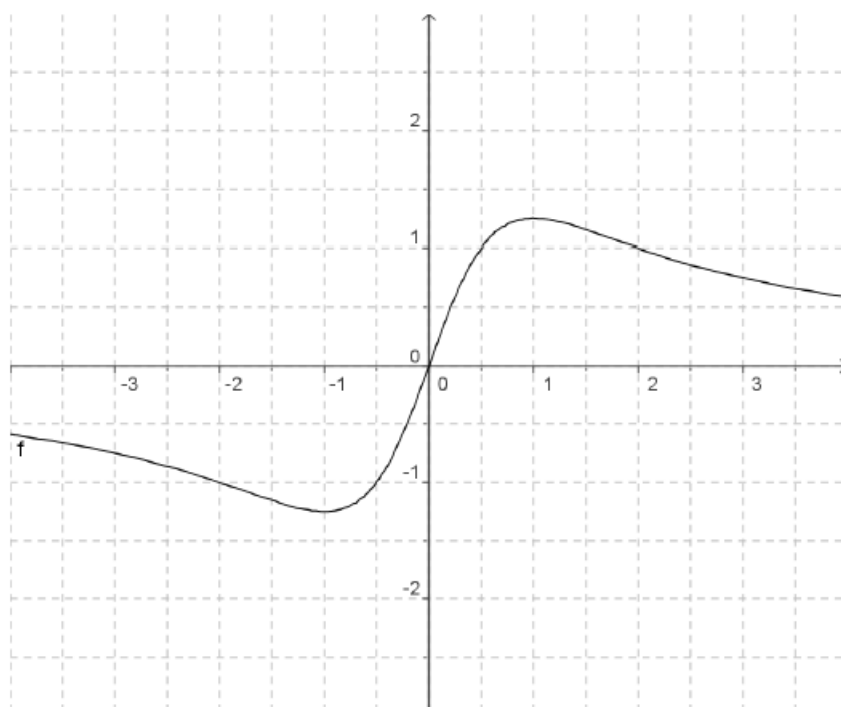
- la fonction f admet un **maximum** M en x_0 sur D lorsque :

- la fonction f admet un **minimum** m en x_0 sur D lorsque :

- la fonction f admet un **extremum** sur D lorsqu'elle

Remarque : Pour résumer les variations d'une fonction f on utilise parfois un **tableau de variations** dans lequel apparaissent les intervalles sur lesquels la fonction est monotone.

Exemple : on considère la fonction f suivante définie sur $[-4; 4]$ dont une représentation graphique est :



La fonction semble, d'après la représentation graphique, admettre le tableau de variation suivant :