

Exercice 1

$$1) \quad x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1 \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1 - 1}{2} = 0$$

donc $K(1; 0)$.

2) D est la symétrique de B par rapport à K
donc K est le milieu de $[BD]$

$$\text{donc :} \quad x_K = \frac{x_B + x_D}{2} \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_B + y_D}{2}$$

$$1 = \frac{3 + x_D}{2} \quad \text{et} \quad 0 = \frac{6 + y_D}{2}$$

$$\text{donc} \quad 2 \times 1 - 3 = x_D \quad \text{et} \quad 0 \times 2 - 6 = y_D$$

$$\text{c'est-à-dire} \quad -1 = x_D \quad \text{et} \quad -6 = y_D.$$

Conclusion : $D(-1; -6)$

3) K est le milieu de $[AC]$ et $[BD]$

donc les diagonales de $ABCD$ se coupent en leur milieu
donc $ABCD$ est un parallélogramme.

De plus $AB = BC$ donc $ABCD$ est un losange.

Exercice 2

$$\begin{aligned} \bullet \quad AB^2 &= (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \\ &= (647 + 1871)^2 + (-3553 + 2294)^2 \\ &= \underline{7\,925\,405} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad AC^2 &= \dots \\ &= (5206 + 1871)^2 + (5567 + 2294)^2 \\ &= \underline{111\,879\,250} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{et} \quad BC^2 &= \dots \\ &= (5206 - 647)^2 + (5567 + 3553)^2 \\ &= \underline{103\,358\,881} \end{aligned}$$



AC est la plus grande longueur donc l'hypoténuse

$$AC^2 = 111\ 879\ 250 \quad \text{et} \quad AB^2 + BC^2 = 7\ 925\ 405 + 103\ 958\ 841 \\ = 111\ 884\ 246$$

donc $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$

donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore :

ABC n'est pas rectangle.

De plus, $AB \neq BC \neq AC$ donc ABC est quelconque.

Exercice 3

$$\begin{aligned} 1) \quad A &= 81x^2 - 49 - (-2x+3)(9x-7) \\ &= (9x+7)(9x-7) - (-2x+3)(9x-7) \\ &= (9x-7)(9x+7 - (-2x+3)) \\ &= (9x-7)(9x+7+2x-3) \\ &= (9x-7)(11x+4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad a) \quad B &= (-2y-3)^2 = 4y^2 - 2 \times (-2y) \times 3 + 9 \\ &= 4y^2 + 12y + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad C &= -7(3x-2)^2 - (-7x+1)(-3x+4) = -7(9x^2 - 12x + 4) - (21x^2 - 28x - 3x + 4) \\ &= -63x^2 + 84x - 28 - 21x^2 + 31x - 4 = -84x^2 + 115x - 32 \end{aligned}$$

Exercice 4

1) a) P1 est fausse car $(-12)^2 = 144$ est un contre-exemple.

b) Réciproque de P1 : "Si $x = 12$ alors $x^2 = 144$ ".

Cette réciproque est vraie.

c) Contreposée de P1 : "Si $x \neq 12$ alors $x^2 \neq 144$ ".

Cette contreposée est fausse car -12 est un contre-exemple.

2)	P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$P \Leftrightarrow Q$
	$\mathbb{I} \text{ nil.}[AB]$	$AI + IB = AB$	V	F	F
	$x+y > 0$	$x > 0 \text{ et } y > 0$	F	V	F
	$AC = BD$	ABCD parallélogramme	F	F	F
	$AB = BC = CD = DA$	ABCD carré	F	V	F