TS-DM

CONJECTURE DE COLLATZ

Pré-requis : algorithmique

Problème ouvert n°9 page 52 (Odyssée, éd. Hatier 2012)

Temps de vol

La suite de Syracuse d'un entier N non nul est la suite définie par récurrence par $u_0 = N$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

Il existe une conjecture célèbre sur ces suites :

> Quel que soit l'entier N, la suite de Syracuse d'un entier N contiendra le nombre 1 (et donc 2 et 4).

Cette conjecture porte le nom de conjecture de Collatz, du nom de son découvreur dans les années 1950.

À ce jour, elle n'est toujours pas démontrée... Une des pistes explorées, qui permet de démontrer aisément la conjecture pour 75 % des entiers, utilise les temps de vol de cette suite.

On appelle *temps de vol* d'une suite de Syracuse (u_n) le plus petit rang n de la suite tel que $u_n = 1$.

Parmi les suites de Syracuse des entiers inférieurs à 1 000, quelle est celle qui a le plus grand temps de vol ?