VECTEURS DU PLAN : EXERCICES

Exercice 1 :

ABCD est un rectangle de centre I.

1. Construire le représentation d'origine C du vecteur $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CI}+\overrightarrow{BC}$.

2. A quel vecteur de la figure le vecteur $\vec{u}$ semble-t-il égal ? Démontrer votre conjecture.

Exercice 2 :

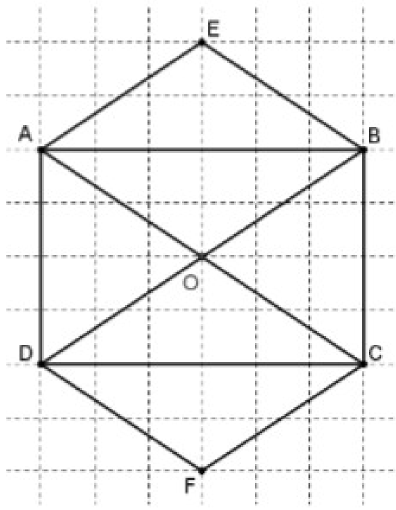
Dans un repère du plan, on donne les points $A(0;2)$, $B(-1;-2)$, $C(2;-3)$.
E est le point tel que $\overrightarrow{BE}=\frac{5}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.
Émettre une conjecture pour les droites (AE) et (BC), puis la démontrer.

Exercice 3 :

ABCD est un quadrilatère.
Démontrer que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.

Exercice 4 :

ABCD est un quadrilatère ; P et Q sont les milieux des diagonales [AC] et [BD].
Démontrer que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{PQ}$.



Exercice 5 :

Calculer les sommes vectorielles indiquées en utilisant la figure ci-contre :

a) $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AO}$ **b)** $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{DF}$ **c)** $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{AO}$

d) $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{FC}$ **e)** $\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AE}$ **f)** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

Exercice 6 :

Dans un repère du plan, on donne les points $A(1;3)$, $B(0;4)$, $C(5;0)$.
Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

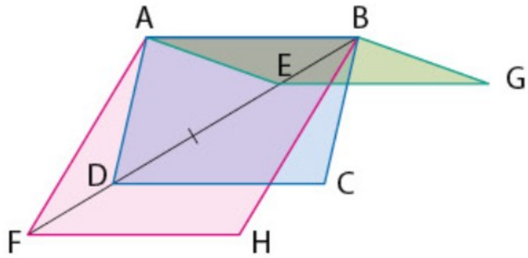
Exercice 7 :

Déterminer le nombre réel *m* tel que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires : $\vec{u}\ (2m;-5)$ et $\vec{v}\ (m;-1)$.

Exercice 8 :

[AB] est un segment donné.
Construire, en justifiant, le point D tel que $\overrightarrow{DA}+4\overrightarrow{DB}=\vec{0}$.

<u>Exercice 9</u> :



ABCD est un parallélogramme.

E et F sont les points tels que $\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$.

G et H sont tels que ABGE et ABHF sont deux parallélogrammes.

Démontrer que les points G, C et H sont alignés.

<u>Exercice 10</u> :

Préliminaire

[AB] est un segment et I est son milieu.

Démontrer que, pour tout point M : $\overrightarrow{MI}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB})$.

Partie A : condition nécessaire

ABC est un triangle. Les points A', B' et C' sont les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].
G est le point tel que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

1. Démontrer que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GC'}$.

2. En déduire que G ∈ (CC').

3. De même, démontrer que G ∈ (AA') et que G ∈ (BB').

4. Conclure sur la propriété démontrée :

Partie B : condition suffisante

ABC est un triangle. Les points A', B' et C' sont les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB].
G est le centre de gravité du triangle ABC.

On se place dans le repère $(A;\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})$.

1. Déterminer l'équation réduite des droites (AA') et (BB').

2. En déduire les coordonnées de G.

3. Démontrer que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

4. Conclure sur la propriété démontrée :

Exercice 11 :

Soient ABC un triangle, M et N deux points tels que $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=k\overrightarrow{AC}$, où $k \in \mathbb{R}$.

1. Démontrer que (MN) et (BC) sont parallèles.

2. Quelle théorème venez vous de démontrer ?

Exercice 12 :

Soit ABCD un rectangle.

Le point E appartient au segment [AB] tel que $\mathrm{AE}=\frac{2}{3}\mathrm{AB}$.

Le point F appartient au segment [BC] tel que $\mathrm{BF}=\frac{1}{3}\mathrm{BC}$.

Démontrer le plus rapidement possible que (AC) est parallèle à (EF).

Exercice 13 :

On se place dans un repère du plan. Dans chaque cas, indiquer si les droites (AB) et (CD) sont parallèles :

a) $\mathrm{A}(1;2)$; $\mathrm{B}(3;7)$; $\mathrm{C}(4;12)$ et $\mathrm{D}(2;7)$.

b) $\mathrm{A}(\sqrt{2};4)$; $\mathrm{B}(-2\sqrt{2};7)$; $\mathrm{C}(-3\sqrt{2};5)$ et $\mathrm{D}(0;2)$.

Exercice 14 :

Soit ABC un triangle et O le centre de son cercle circonscrit.

1. Faire une figure.

2. a) Soit D le point tel que $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}$.
Démontrer que OADB est un losange.

b) Que peut-on en déduire sur (OD) et (AB) ?

3. a) Soit H le point tel que $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}$.
Quelle est la nature du quadrilatère ODHC ?

b) Que peut-on en déduire sur (CH) et (AB) ?
Que représente (CH) pour le triangle ABC ?

4. De la même façon, on peut montrer que (AH) et (BH) sont des hauteurs du triangle ABC.
Quelle(s) conclusion(s) peut-on tirer ?

Exercice 15 :

Dans chacun des cas suivants, P et Q sont deux propositions.
Dire si P implique Q, Q implique P ou si P et Q sont équivalents.

1. P : « I milieu de [MN] » et Q : « $\overrightarrow{\mathrm{MN}}=2\overrightarrow{\mathrm{MI}}$ ».

2. P : « les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{MA}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{MB}}$ sont opposés » et Q : « MA=MB ».

Exercice 16 :

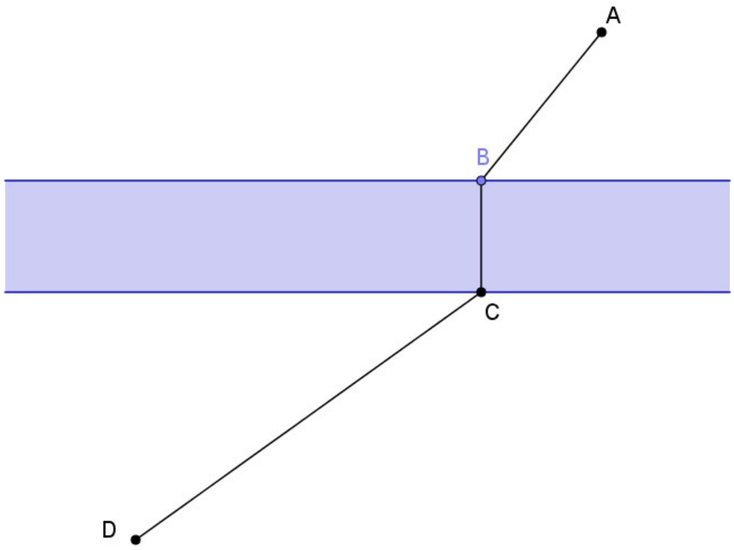
Deux villes, symbolisées par les points A et D, sont situées de part et d'autre d'un canal rectiligne.
On veut construire un pont, perpendiculaire aux berges du canal, permettant de relier les deux villes de façon à ce que le trajet A-B-C-D soit le plus court possible.

On note E l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.

1. Démontrer que minimiser la distance AB+BC+CD revient à minimiser la distance AB+BE.

2. En déduire ce que doivent vérifier A, B et E.

3. Construire le pont qui minimise le trajet entre les deux villes.



Exercice 17 :

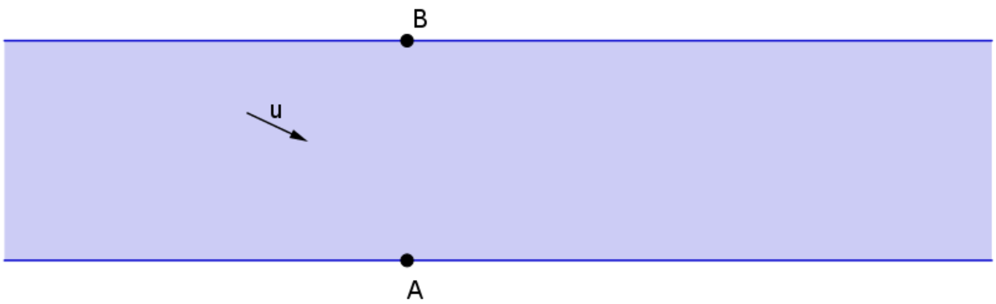
ABC est un triangle. Les points I, J et K sont les milieux respectifs de [BC], [CA] et [AB].
Est-il vrai que : $\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{BI}+\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{CK}$? Justifier.

Exercice 18 :

Soit ABC un triangle non aplati, et I le milieu de [AB]. Soit D le point tel que : $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DC}+3\overrightarrow{DB}$.
Montrer que (AC) et (ID) sont parallèles.

Exercice 19 :

Un nageur veut traverser un fleuve.
Il part du point A et veut arriver vers le point B, qui est de l'autre côté de la rive, en face.



Malheureusement, il y a du courant dans le fleuve : il est représenté par le vecteur vitesse $\vec{u}$.
Dans quelle direction (la tracer) le nageur doit-il nager pour arriver exactement en B ?