2nde DS n°6 du 18/05/2017

3,5 **Exercice 1**

1) a) $-3,75(x-0,8)^2+2,4 = -3,75(x^2-1,6x+0,64)+2,4$

$= -3,75x^2+6x-2,4+2,4$

1 $= -3,75x^2+6x$

d'où $f(x) = -3,75(x-0,8)^2+2,4$.

b) $f(x)-2,4 = -3,75(x-0,8)^2$.

1,5 Or : $\left.\begin{array}{l} \bullet\ (x-0,8)^2 \geq 0 \\ \bullet\ -3,75<0 \end{array}\right)$ donc $f(x)-2,4 \leq 0$.

c) $f(0,8) = -3,75\times(0,8-0,8)^2+2,4 = 2,4$

donc $f(x)-f(0,8) \leq 0$

1 $f(x) \leq f(0,8)$.

donc f admet un maximum en $x=0,8$, qui vaut $2,4$.

0,25 d) La hauteur maximale de la voûte est 2,4 mètres.

2) a) Soient $a \in [0,8;1,6]$ et $b \in [0,8;1,6]$ tels que $a<b$.

$a<b$

$a-0,8 < b-0,8$

$(a-0,8)^2 < (b-0,8)^2$ car (*)

3 $-3,75(a-0,8)^2 > -3,75(b-0,8)^2$ car $-3,75<0$

$-3,75(a-0,8)^2+2,4 > -3,75(b-0,8)^2+2,4$

donc $f(a) > f(b)$.

(*) • $a \geq 0,8$
donc $a-0,8 \geq 0$
• De même :
$b-0,8 \geq 0$
• La fonction carrée est strictement croissante sur $[0;+\infty[$

donc f est strictement décroissante sur $[0,8;1,6]$.

$\longrightarrow$

b)

x	0		$0{,}8$		$1{,}6$
f	0	$\nearrow$	$2{,}4$	$\searrow$	0

0,5

$f(0) = -3{,}75 \times 0^2 + 6 \times 0 = 0$

$f(0{,}8) = -3{,}75(0{,}8-0{,}8)^2 + 2{,}4 = 2{,}4$

$f(1{,}6) = -3{,}75 \times 1{,}6^2 + 6 \times 1{,}6 = 0$

3) a) $f(0{,}8 - 0{,}35) = f(0{,}45) = -3{,}75 \times 0{,}45^2 + 6 \times 0{,}45$
$= \underline{1{,}940625}$

0,5

$f(0{,}8 + 0{,}35) = f(1{,}15) = -3{,}75 \times 1{,}15^2 + 6 \times 1{,}15$
$= \underline{1{,}940625}$

b) $f(0{,}8 - 0{,}35) < 2$ donc le meuble ne rentrera pas dans la cave dans la position indiquée.

0,75

Exercice 3 [........... / 3]

env. 10 min

Résoudre sur IR l'inéquation suivante : $-20(x-4)(x-1)<(x-1)^2$.

Exercice 4 [........... / 5]

env. 10 min

Répondre aux affirmations par « vrai » (V), « faux » (F) ou une des réponses proposées.

Attention : une réponse fausse ***enlève des points*** *(barème possible : une réponse juste rapporte 0,5 point; une réponse fausse enlève 0,25 point) et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.*

$f(x)=\frac{3x+1}{5}$ est une fonction affine	☒ V	☐ F	
L'équation $x^2+8=8$ a pour ensemble solution l'ensemble vide	☐ V	☒ F	
L'équation $2x^2+1=0$ n'admet pas de solution	☒ V	☐ F	
La solution de l'équation $4x=0$ est :	☐ 0,25	☒ 0	☐ -4
L'équation $0x=5$ a une infinité de solutions.	☐ V	☒ F	
Le nombre de solutions de l'équation $x^2=-4x$ est :	☐ 0	☐ 1	☒ 2
$x^2=9$ équivaut à $x=\sqrt{9}$	☐ V	☒ F	
L'équation $x^2+9=0$ a deux solutions	☐ V	☒ F	
L'ensemble solution de l'équation $(2x-1)+(x+3)=0$ est :	☐ $\{1;-\frac{2}{3}\}$	☒ $\{-\frac{2}{3}\}$	☐ $\{\frac{1}{2};-3\}$
L'ensemble solution de l'équation $\frac{2x-1}{x+3}=0$ est $\{0,5 ; -3\}$	☐ V	☒ F	

Exercice 5 [........... / 5 *(3 + 1 + 1)*]

env. 10 min

Dans un lycée, on a demandé à 100 élèves quel(s) sport(s) ils pratiquent. Voici les résultats :

- 26 pratiquent l'escalade ;
- 47 pratiquent l'athlétisme ;
- 27 pratiquent le badminton ;
- 5 pratiquent les trois sports ;
- 8 pratiquent l'athlétisme et l'escalade ;
- 2 pratiquent uniquement de l'athlétisme et du badminton ;
- 12 ne pratiquent que du badminton.

On choisit au hasard un des 100 élèves. Tous les élèves ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants :
E : « l'élève pratique l'escalade » ;
A : « l'élève pratique l'athlétisme » ;
B : « l'élève pratique le badminton ».

1. Représenter la situation par un diagramme de Venn (écrire les calculs effectués).

2. *Dans cette question, on donnera les résultats sous la forme de fractions irréductibles.*
Déterminer la probabilité des événements suivants *(justifier simplement par un calcul)* :
a) M : « l'élève pratique au moins deux sports.»

b) N : « l'élève pratique l'athlétisme mais ne pratique pas le badminton.»

5,5 **Exercice 2**

1) Coeff. directeur de (AB) : $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{3-2}{5+3} = \dfrac{1}{8}$

1 " " " (CD) : $\dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{-3+1}{-4-12} = \dfrac{-2}{-16} = \dfrac{1}{8}$

donc $(AB) \parallel (CD)$.

2) (BC) admet une équation de la forme $y = ax + b$ où $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$,

car $x_B \neq x_C$.

$a = \dfrac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \dfrac{-1-3}{12-5} = \dfrac{-4}{7}$

1,5

Or, $B \in (BC)$ donc $y_B = -\dfrac{4}{7} x_B + b$ d'où $3 = -\dfrac{4}{7} \times 5 + b$

$b = 3 + \dfrac{4}{7} \times 5$

$b = \dfrac{41}{7}$

Donc $y = \dfrac{-4}{7} x + \dfrac{41}{7}$ est l'équation réduite de (BC).

3) • $5x + 17 = \dfrac{-4}{7} x + \dfrac{41}{7} \iff 5x + \dfrac{4}{7} x = \dfrac{41}{7} - 17$

$\iff \dfrac{39}{7} x = \dfrac{-78}{7}$

$\iff x = -\dfrac{78}{7} \times \dfrac{7}{39}$

1,5

$\iff x = -2$

• $5 \times (-2) + 17 = 7$

Donc : $E(-2\,;7)$.

4) • $x_F = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-3+5}{2} = 1$ et $y_F = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{2+3}{2} = \dfrac{5}{2}$: $F(1\,; \frac{5}{2})$

• $x_G = \text{- - -} = 4$ et $y_G = \text{- - -} = -2$; $G(4\,;-2)$

1,5 Coeff. directeur de (EF) : $\dfrac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \dfrac{\frac{5}{2} - 7}{1+2} = -1,5$

" " " (FG) : $\text{- - -} = \dfrac{-2 - \frac{5}{2}}{4-1} = -1,5$

donc E, F et G sont alignés.

(3) Exercice 3

$$-20(x-4)(x-1) < (x-1)^2 \iff -20(x-4)(x-1)-(x-1)^2<0$$
$$\iff (x-1)\left(-20(x-4)-(x-1)\right)<0$$
$$\iff (x-1)(-20x+80-x+1)<0$$
$$\iff (x-1)(-21x+81)<0$$

- $x-1=0 \iff x=1$
- $-21x+81=0 \iff x=\frac{81}{21}=\frac{27}{7}$

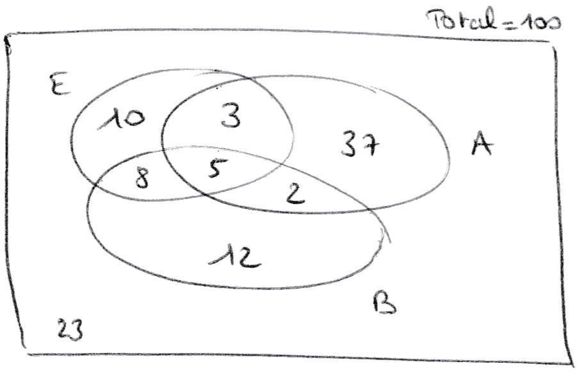
x	$-\infty$		1		$\frac{27}{7}$		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$-21x+81$		$+$		$+$	0	$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

Conclusion :

$S =]-\infty;1[\cup]\frac{27}{7};+\infty[$.

(5) Exercice 5

1)



$27-12-2-5=8$

$8-5=3$

$47-3-5-2=37$

$26-8-5-3=10$

$100-10-37-12-3-8-2-5=23$

3

2) a) $p(M)=\dfrac{8+2+3+5}{100}=\dfrac{18}{100}$ d'où $p(M)=\dfrac{9}{50}$.

1

b) $p(N)=\dfrac{3+37}{100}=\dfrac{40}{100}$ d'où $p(N)=\dfrac{2}{5}$.

1

7,5

Exercice 6

Annexe 1

1)

Nombre de billes bleues	[0;100[	[100;200[	[200;300[	[300;400[	[400;500]	Total
Effectifs *(nombre de sachets)*	542	1254	2351	963	890	6000
Fréquences	0,0903	0,209	0,3918	0,1605	0,1484	1
FCC*	0,0903	0,2993	0,6911	0,8516	1	X

1

* Fréquences cumulées croissantes

2) Moyenne :

$$\frac{542 \times \frac{0+100}{2} + 1254 \times \frac{100+200}{2} + \ldots + 890 \times \frac{400+500}{2}}{6000}$$

$$= \frac{1\,540\,500}{6000}$$

1,5

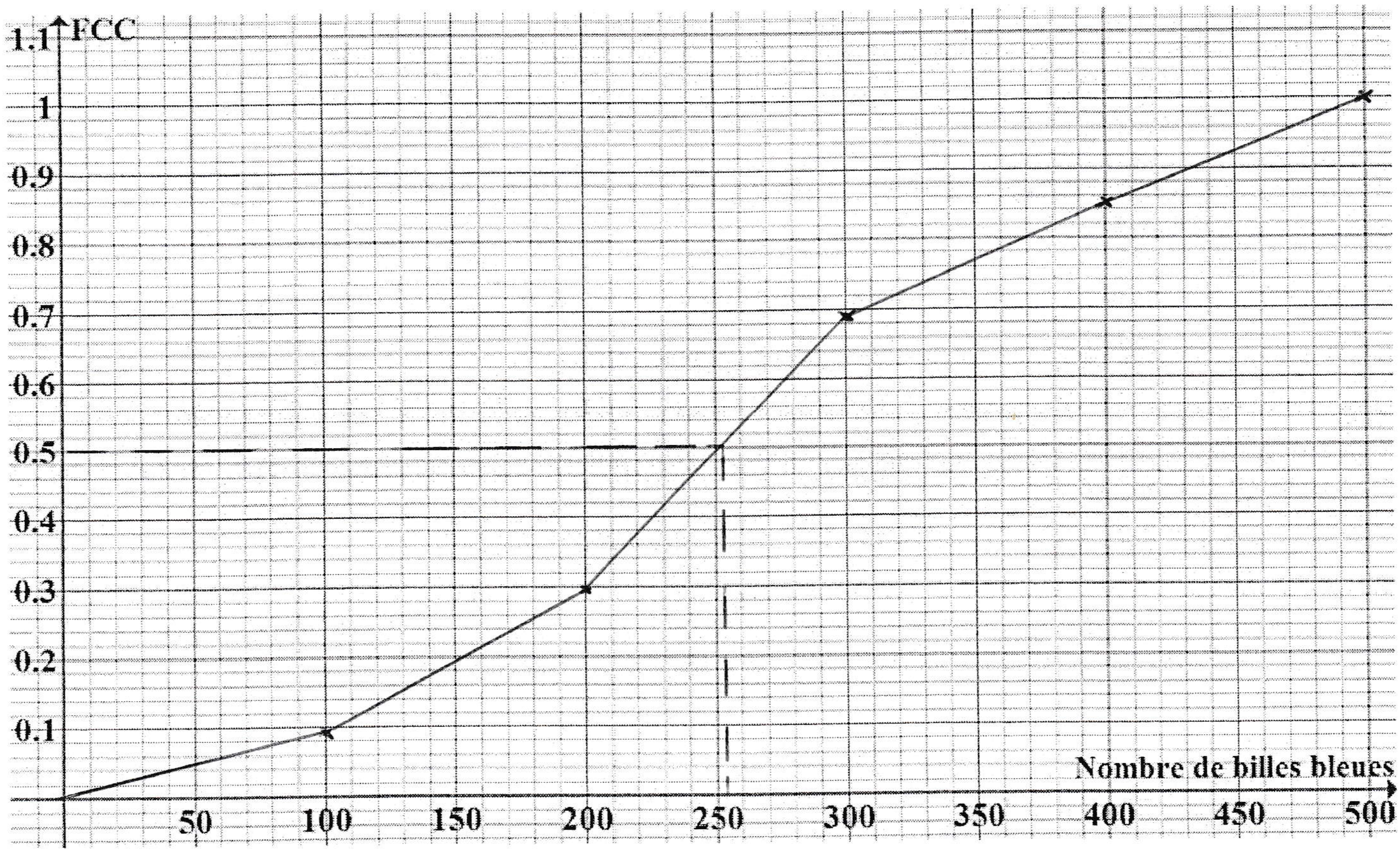
$$= 256{,}75$$

Donc un sachet contient (en moyenne) 256,75 billes bleues.

3.a)

Annexe 2

2



b) On cherche l'abscisse du point de la courbe des FCC ayant pour ordonnée 0,5. On lit : Me ≃ 255.

2

c) Au moins 50% des 6000 sachets contiennent moins de 255 billes bleues.

1