INTERVALLE(S) DE FLUCTUATION : EXERCICES
~ CORRECTION ~

Exercice 1 *D'après Bac ES (Pondichéry 2014)*

On fait l'hypothèse que le pourcentage de moteurs défectueux dans la production est égal à 1 %.
On note $n=800$ et $p=0,01$: $n \geqslant 30$, $np \geqslant 5$ et $n(1-p) \geqslant 5$ donc on peut calculer l'intervalle de fluctuation associé au seuil de risque de 5 % :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0,01-1,96\sqrt{\frac{0,01\times 0,99}{800}}\,;0,01+1,96\sqrt{\frac{0,01\times 0,99}{800}}\right] \approx [0,00310\,;0,01690].$$

$\frac{15}{800}=0,01875 \notin \text{IFA}_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5% de se tromper).

Avec notre analyse, le résultat de ce test remet donc en question l'annonce de l'entreprise.

Exercice 2

$n=120$ et $p=0,05$ donc $n \geqslant 30$; $np=6$ et $n(1-p)=114$ donc $np \geqslant 5$ et $n(1-p) \geqslant 5$
On peut donc calculer des IFA.
On fait l'hypothèse que le gérant a raison.
L'intervalle de fluctuation asymptotique associé au seuil de risque de 5 % est :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0,05-1,96\sqrt{\frac{0,05\times 0,95}{120}}\,;0,05+1,96\sqrt{\frac{0,05\times 0,95}{120}}\right] \approx [0,011004\,;0,088996].$$

$\frac{27}{120}=0,225 \notin \text{IFA}_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5% de se tromper).

Avec notre analyse, Julie peut penser que l'affirmation du gérant est probablement fausse.

Remarque : avec l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de risque de 1 %,

$$\text{IFA}_{0,01} = \left[0,05-2,58\sqrt{\frac{0,05\times 0,95}{120}}\,;0,05+2,58\sqrt{\frac{0,05\times 0,95}{120}}\right] \approx [0\,;0,1014]$$

et on fait la même conclusion.

Exercice 3

$n=2\,500$ et $p=0,25$ donc $n \geqslant 30$; $np=625$ et $n(1-p)=1875$ donc $np \geqslant 5$ et $n(1-p) \geqslant 5$
On peut donc calculer des IFA.
On fait l'hypothèse qu'un quart de la population des mouches a des yeux bruns.
L'intervalle de fluctuation asymptotique associé au seuil de risque de 5 % est :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0,25-1,96\sqrt{\frac{0,25\times 0,75}{2500}}\,;0,25+1,96\sqrt{\frac{0,25\times 0,75}{2500}}\right] \approx [0,2330\,;0,2670].$$

$\frac{633}{2\,500}=0,2532 \in \text{IFA}_{0,05}$ donc on accepte l'hypothèse (on ne peut pas quantifier l'erreur !).

Avec notre analyse, la généticienne peut penser que son hypothèse est probablement vraie.

Exercice 4

$n=177$ et $p=0{,}97$ donc $n\geqslant 30$; $np=171{,}69$ et $n(1-p)=5{,}31$ donc $np\geqslant 5$ et $n(1-p)\geqslant 5$
On peut donc calculer des IFA.

1. a) Intervalle de fluctuation asymptotique de la fréquence des personnes satisfaites au seuil de 99 % : $\text{IFA}_{0,01} = \left[0{,}97-2{,}58\sqrt{\dfrac{0{,}97\times 0{,}03}{177}};0{,}97+2{,}58\sqrt{\dfrac{0{,}97\times 0{,}03}{177}}\right] \approx [0{,}9369;1]$

b) $\dfrac{166}{177}\approx 0{,}9379 \in \text{IFA}_{0,01}$ donc on accepte l'hypothèse (on ne peut pas quantifier l'erreur !).

2. Intervalle de fluctuation asymptotique de la fréquence des personnes satisfaites au seuil de 95 % :
$\text{IFA}_{0,05} = \left[0{,}97-1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}97\times 0{,}03}{177}};0{,}97+1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}97\times 0{,}03}{177}}\right] \approx [0{,}9448;0{,}9952]$

$\dfrac{166}{177}\approx 0{,}9379 \notin \text{IFA}_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5% de se tromper).

Exercice 5 *D'après Bac ES (Asie 2014)*

Dans cette partie, les valeurs numériques sont arrondies au centième.

Dans un établissement, parmi les 224 étudiants inscrits à la préparation à ce concours, 26 % ont été admis à la session de mai 2013.
On admet que dans cette population, on a également 60 % des personnes qui se présentaient pour la première fois.
Le directeur de l'établissement prétend que ce résultat, supérieur au taux de réussite global de 22 %, ne peut être simplement dû au hasard et il affirme que la qualité de l'enseignement dispensé dans son établissement a permis à ses élèves de mieux réussir que l'ensemble des candidats.

1. $n=224$ et $p=0{,}22$ donc $n\geqslant 30$; $np=49{,}28$ et $n(1-p)=174{,}72$ donc $np\geqslant 5$ et $n(1-p)\geqslant 5$
On peut donc calculer des IFA.
Intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % du pourcentage d'étudiants admis dans un groupe de 224 personnes :
$\text{IFA}_{0,05} = \left[0{,}22-1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}22\times 0{,}78}{224}};0{,}22+1{,}96\sqrt{\dfrac{0{,}22\times 0{,}78}{224}}\right] \approx [0{,}16;0{,}28]$

2. $0{,}26 \in \text{IFA}_{0,05}$ donc on accepte l'hypothèse (on ne peut pas quantifier l'erreur !), qui était que la proportion d'étudiants admis sont l'établissement en question était "normal", soit d'environ 22 %.
On peut donc penser que le directeur a probablement tort.

Remarque : avec l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de risque de 1 %,
$\text{IFA}_{0,01} = \left[0{,}22-2{,}58\sqrt{\dfrac{0{,}22\times 0{,}78}{224}};0{,}22+2{,}58\sqrt{\dfrac{0{,}22\times 0{,}78}{224}}\right] \approx [0{,}1485;0{,}2915]$
et on fait la même conclusion.

Exercice 6 *D'après Bac ES (Nouvelle Calédonie 2015)*

1. $n=80$ et $p=0{,}86$ donc $n\geqslant 30$; $np=68{,}8$ et $n(1-p)=11{,}2$ donc $np\geqslant 5$ et $n(1-p)\geqslant 5$
On peut donc calculer des IFA.
Intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de pommes conformes contenues dans un lot de 80 pommes :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0{,}86-1{,}96\sqrt{\frac{0{,}86\times 0{,}14}{80}};0{,}86+1{,}96\sqrt{\frac{0{,}86\times 0{,}14}{80}}\right] \approx [0{,}783\,;0{,}937]$$

2. $\frac{65}{80}\approx 0{,}8125 \in \text{IFA}_{0,05}$ donc on accepte l'hypothèse (on ne peut pas quantifier l'erreur !), qui était que 86 % des pommes du fournisseur sont conformes.

Exercice 7 *D'après Bac ES (Polynésie 2014)*

$n=81135$ et $p=49{,}2$ donc $n\geqslant 30$; $np=39918{,}42$ et $n(1-p)=41216{,}58$
donc $np\geqslant 5$ et $n(1-p)\geqslant 5$: on peut donc calculer des IFA.

On fait l'hypothèse que les filles inscrites ne sont pas sous-représentées en CPGE.
L'intervalle de fluctuation associé au seuil de risque de 5 % est :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0{,}492-1{,}96\sqrt{\frac{0{,}492\times 0{,}508}{81\,135}};0{,}492+1{,}96\sqrt{\frac{0{,}492\times 0{,}508}{81\,135}}\right] \approx [0{,}4885\,;0{,}4955].$$

$\frac{34632}{81\,135}\approx 0{,}4268 \notin \text{IFA}_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5% de se tromper), et on conclut que les filles inscrites en CPGE sont probablement sous-représentées.

Avec un IFA au seuil de risque de 1 % :

$$\text{IFA}_{0,01} = \left[0{,}492-2{,}58\sqrt{\frac{0{,}492\times 0{,}508}{81\,135}};0{,}492+2{,}58\sqrt{\frac{0{,}492\times 0{,}508}{81\,135}}\right] \approx [0{,}4874\,;0{,}4966].$$

et on fait la même conclusion.

Exercice 8 *D'après Bac ES (Amérique du Nord 2014)*

1. Fréquence observée sur l'échantillon prélevé : $\frac{120}{280}\approx 0{,}4286$

2. $n=280$ et $p=0{,}6$ donc $n\geqslant 30$; $np=168$ et $n(1-p)=112$ donc $np\geqslant 5$ et $n(1-p)\geqslant 5$:
on peut donc calculer des IFA.

On fait l'hypothèse que les 60 % des appartements sont rentables.
L'intervalle de fluctuation associé au seuil de risque de 5 % est :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0{,}6-1{,}96\sqrt{\frac{0{,}6\times 0{,}4}{280}};0{,}6+1{,}96\sqrt{\frac{0{,}6\times 0{,}4}{280}}\right] \approx [0{,}5426\,;0{,}6574].$$

$0{,}4286 \notin \text{IFA}_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5% de se tromper), et on conclut que le gérant a probablement tort.

Exercice 9 *Prédire une naissance prématurée ?*

$n=400$ et $p=0{,}06$: $n \geqslant 30$; $n\,p=24 \geqslant 5$; $n(1-p)=376 \geqslant 5$.
Sous l'hypothèse que la proportion de prématurés dans l'échantillon est la même que dans la population générale, on détermine l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 : ≈ [0,036;0,084].
On calcule la valeur observée de proportion de prématurés dans l'échantillon et on obtient 0,125. Cette valeur n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95%, donc on rejette l'hypothèse posée ($p=0{,}06$), avec un risque de se tromper de 5%.

Les chercheurs concluent donc que la proportion d'enfants prématurés n'est pas de 6% chez les femmes ayant eu un travail pénible pendant leur grossesse : on ne peut pas conclure ici que la proportion d'enfants prématurés est plus élevée chez les femmes ayant eu un travail pénible...
Pour cela, on pourrait (voir exercice 4) montrer que $\mathrm{p}(\mathrm{X}>32) \leqslant 0{,}05$, et même $\mathrm{p}(\mathrm{X}>45) \approx 0$.
Comme ici on obtient 50 cas, on peut conclure que la proportion est plus élevée ... travail pénible.

Remarque : l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,99 est env. [0,029;0,091].

Exercice 10 *Le Louvre et les jeunes (vraies statistiques)*

On suppose que cela n'a pas eu d'impact, donc que la proportion de jeunes de moins de 26 ans est toujours de 40% : $p=40\ \%$ et $n=387$. On a $n \geqslant 30$; $n\,p=154{,}8 \geqslant 5$; $n(1-p)=232{,}2 \geqslant 5$.
Intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,95 : ≈ $[0{,}35\,;0{,}45]$.
Donc la probabilité que la fréquence de jeunes de moins de 26 ans dans un groupe de 387 personnes du Louvre soit comprise entre 35% et 45% est environ égale à 95%.

44,7% appartient à l'intervalle de fluctuation, donc on accepte l'hypothèse que cela n'a pas eu d'impact (on ne connait alors pas le risque de se tromper, c'est-à-dire la probabilité de dire que cela n'a pas eu d'impact sachant que cela a eu un impact).

Remarque : l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 0,99 est env. [0,33;0,47].

Exercice 11 *Société d'assurance et réserve financière*

> ***ATTENTION*** *: cet exercice n'utilise pas du tout les int. de fluctuation...*
> *Je le mets ici justement pour montrer qu'il ne faut pas y penser systématiquement :*
> *ne pas oublier tout ce qu'on sait faire avec la loi binomiale !*

Partie A

On note X la v.a.r. égale au nombre de véhicules accidentés à la fin de l'année : X ~ $\mathcal{B}$(100;0,01).

On cherche le plus petit entier k tel que $\mathrm{p}(\mathrm{X} \leqslant k) \geqslant 0{,}99$.
On peut chercher par tatônnement ou avec un algorithme, et trouver $k=4$.

Donc la réserve financière doit être d'au minimum $4 \times 10\,000=40\,000$ € pour qu'elle puisse indemniser tous les sinistres dans au moins 99% des cas.
Le montant à demander à chaque client est alors $\dfrac{40\,000}{100}=400$ €, soit environ 33,33 € par mois.

Partie B

On fait la même chose avec Y ~ $\mathcal{B}$(200;0,01).
On trouve $k=6$, donc une réserve de $60\,000$ €. La fusion est donc intéressante financièrement.

Elle pourrait l'être aussi pour le client, qui paierait alors 300 € par an, soit 25 € par mois.

Exercice 12 ***L'affaire Woburn***

Partie A *Un cas rare ?*

X ~ $\mathcal{B}$(5969 ; 0,00052)

$p(X \geqslant 9) = 1 - p(X \leqslant 8) \approx 1 - 0{,}99529188 \approx 0{,}0047$. touche Bcd sur CASIO

Cette probabilité est extrêmement faible ce qui confirme la présomption d'un nombre anormalement élevé de leucémies à Woburn et ouvre la voie à de nouvelles recherches pouvant expliquer ce résultat.

Partie B *Woburn, ville normale ?*

ATTENTION, la condition $n\,p \geqslant 5$ n'est pas respectée ! Donc pas d'int. fluct. asymp. de Terminale.
Et p ne vérifie pas $0{,}2 \leqslant p \leqslant 0{,}8$, donc pas d'int. de fluct. de Seconde.

On peut par contre déterminer l'intervalle de fluctuation de $\frac{X}{n}$ comme en Première, avec un logiciel comme Xcas ou Geogebra ou un tableur pour calculer les probabilités de la loi binomiale avec n très grand…

On trouve $\left[\frac{0}{5696} ; \frac{7}{5969}\right]$. Or $\frac{9}{5969}$ n'appartient pas à cet intervalle donc :
si on suppose que la proportion de cas de leucémie à Woburn est comme dans tout le pays, à savoir $p_W = 0{,}00052$, alors on est amené à rejeter cette hypothèse (avec un risque d'erreur de 5%).

Conclusion: $p_{\mathrm{W}} \neq 0{,}00052$.
Mais on ne peut pas conclure que $p_{\mathrm{W}} > 0{,}00052$ ou que $p_{\mathrm{W}} < 0{,}00052$.

Partie C *Woburn, ville dangereuse ?*

Avec Geogebra ou Xcas, on trouve facilement $b = 6$.
Comme ici 9 est au-delà de b , on conclut que la situation est dangereuse pour la santé à Woburn, et on a moins de 5% de chances de se tromper.

Plus précisément, $p(X > 6) = 1 - p(X \leqslant 6) \approx 1 - 0{,}9610 \approx 0{,}0390$ soit 3,9%. Donc la probabilité de décider que la situation est dangereuse alors qu'elle ne l'est pas est d'environ 3,9%.

Partie D *Et si...*

Si on avait eu $x = 7$, on aurait été amené à déclarer la situation "normale" au seuil 0,95 :

$$\frac{7}{5969} \in \left[\frac{0}{5969} ; \frac{7}{5969}\right]$$

mais "dangereuse" en utilisant l'intervalle de fluctuation unilatéral :

$$7 \in \left]6 ; 5969\right] .$$

Exercice 13 *Crises d'asthme alarmantes : prise de décision dans un contexte unilatéral*

Du bilatéral à l'unilatéral

1. a) $n=200$, $p=0{,}13$.
On a $n\geqslant 30$, $n\,p=26\geqslant 5$ et $n(1-p)=174\geqslant 5$; les conditions sont vérifiées.
$\text{IFA}_{0{,}05} \approx [0{,}0833\,;0{,}1767]$

b) La problématique de cet exercice est unilatérale, ce qui est clairement affirmé dans la règle de décision. En revanche, l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% est bilatéral.
D'après la propriété de symétrie de la courbe de Gauss, les 5% (correspondant aux fréquences observées situées en dehors de l'intervalle de fluctuation lorsque p = 0,13) se partagent en 2,5% de chaque côté de l'intervalle de fluctuation.
Le risque consenti de mener une investigation supplémentaire inutile (et éventuellement coûteuse) est d'environ 2,5%.

c) $\dfrac{33}{200}=0{,}165$ et $0{,}165 \in \text{IFA}_{0{,}05}$ donc la règle de décision choisie ne prévoit pas de réaliser une enquête supplémentaire.

2. On note X la v.a.r. telle que $X \sim \mathcal{B}(200;0{,}25)$.
METHODE 1 : valeurs exactes avec la loi binomiale
On cherche $\text{p}\left(\dfrac{X}{200}\leqslant 0{,}1767\right) = \text{p}(X\leqslant 35{,}34) = \text{p}(X\leqslant 35)$.
Avec la calculatrice : $\approx 7{,}29\times 10^{-3}$ *ie* ≈ 0,73%.
METHODE 2 : valeurs approchées avec loi normale
On approche la loi binomiale X par une loi normale $Z \sim \mathcal{N}(50;6{,}1237)$.
On cherche donc $\text{p}(Z\leqslant 35)$, que l'on approche (correction de continuité) par $\text{p}(Z\leqslant 35{,}5)$.
On trouve $\approx 8{,}95\times 10^{-3}$ *ie* ≈ 0,89%.
Remarque : sans correction de continuité, $\text{p}(Z\leqslant 35) \approx 7{,}15\times 10^{-3}$ est plus proche...

Conclusion : si $\alpha \approx$ **2,5 %** alors $\beta \approx$ **0,73 %**

Une décision moins risquée ?

1. a) $\text{IFA}_{0{,}01} = \left[0{,}13-2{,}58\sqrt{\dfrac{0{,}13\times 0{,}87}{200}}\,;0{,}13+2{,}58\sqrt{\dfrac{0{,}13\times 0{,}87}{200}}\right] \approx [0{,}0686\,;0{,}1914]$

b) $0{,}165 \in \text{IFA}_{0{,}01}$ donc on ne prévoit pas de réaliser une enquête supplémentaire.

2. $\beta = \text{p}\left(\dfrac{X}{200}\leqslant 0{,}1914\right)=\text{p}(X\leqslant 38{,}28)=\text{p}(X\leqslant 38) \approx 2{,}76\%$
Remarque : $\text{p}(Z\leqslant 38{,}5) \approx 3{,}02\ \%$

Conclusion : si $\alpha \approx$ **0,5 %** alors $\beta \approx$ **2,76 %**

Une décision plus risquée ?

1. a) $IFA_{0,1} = \left[0,13-1,64\sqrt{\frac{0,13\times0,87}{200}};0,13+1,64\sqrt{\frac{0,13\times0,87}{200}}\right] \approx [0,0910;0,1690]$

b) $0,165 \in IFA_{0,1}$ donc on ne prévoit pas de réaliser une enquête supplémentaire.

2. $\beta = p\left(\frac{X}{200}\leqslant 0,1690\right)=p(X\leqslant 33,8)=p(X\leqslant 33) \approx 0,26\%$

Remarque : $p(Z\leqslant 33,5) \approx 0,35\ \%$

Conclusion : si $\alpha \approx$ **5 %** alors $\beta \approx$ **0,26 %**

Pourquoi approcher quand on peut calculer ?

1. a) Le plus petit entier k tel que $p(X'\leqslant k)\geqslant 0,975$ est $k=36$: $p(X'\leqslant 36) \approx 0,98315$
d'où $\alpha \approx 1-0,98315$ *ie* $\alpha \approx 1,685$ %.

b) $IFU_{0,025} = \left[0;\frac{36}{200}\right] = [0;0,18]$.

c) $\beta = p\left(\frac{X}{200}\leqslant 0,18\right)=p(X\leqslant 36) \approx 1,17\ \%$

2. • Le plus petit entier k tel que $p(X'\leqslant k)\geqslant 0,95$ est $k=34$: $p(X'\leqslant 34) \approx 0,95896$
d'où $\alpha \approx 1-0,95896$ *ie* $\alpha \approx 4,104$ %.

• $IFU_{0,05} = \left[0;\frac{34}{200}\right] = [0;0,17]$.

• $\beta = p\left(\frac{X}{200}\leqslant 0,17\right)=p(X\leqslant 34) \approx 0,44\ \%$

3. • Le plus petit entier k tel que $p(X'\leqslant k)\geqslant 0,995$ est $k=39$: $p(X'\leqslant 39) \approx 0,99643$
d'où $\alpha \approx 1-0,99643$ *ie* $\alpha \approx 0,36$ %.

• $IFU_{0,01} = \left[0;\frac{39}{200}\right] = [0;0,195]$.

• $\beta = p\left(\frac{X}{200}\leqslant 0,195\right)=p(X\leqslant 39) \approx 4,05\ \%$

4. Comparer ces résultats avec ceux obtenus avec les intervalles de fluctuation asymptotiques :

Int. de fluctuation asymptotiques	**Int. de fluctuation unilatéraux (loi binomiale)**
Si $\alpha \approx 0,5$ % alors $\beta \approx$ **2,76 %**	Si $\alpha \approx$ **0,36 %** alors $\beta \approx$ **4,05 %**
Si $\alpha \approx 2,5$ % alors $\beta \approx$ **0,73 %**	Si $\alpha \approx$ **1,69 %** alors $\beta \approx$ **1,17 %**
Si $\alpha \approx 5$ % alors $\beta \approx$ **0,26 %**	Si $\alpha \approx$ **4,10 %** alors $\beta \approx$ **0,44 %**

Exercice 14 *Publicité mensongère ?*

$n=400$ et $p=0{,}1$ donc $n\geqslant 30$; $np=40$ et $n(1-p)=360$ donc $np\geqslant 5$ et $n(1-p)\geqslant 5$
On peut donc calculer des IFA.

1. a) On fait l'hypothèse que la publicité n'est pas mensongère.
Soit X ~ $\mathcal{B}$ (400;0,1).
L'intervalle de fluctuation associé au seuil de risque de 5 % est :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0{,}1-1{,}96\sqrt{\frac{0{,}1\times 0{,}9}{400}};0{,}1+1{,}96\sqrt{\frac{0{,}1\times 0{,}9}{400}}\right] = [0{,}0706;0{,}1294].$$

$\frac{28}{400}=0{,}07 \notin \text{IFA}_{0,05}$ donc on rejette l'hypothèse (risque d'erreur d'environ 5% de se tromper).

b) $$\text{IFA}_{0,01} = \left[0{,}1-2{,}58\sqrt{\frac{0{,}1\times 0{,}9}{400}};0{,}1+2{,}58\sqrt{\frac{0{,}1\times 0{,}9}{400}}\right] = [0{,}0613;0{,}1387].$$

$\frac{28}{400}=0{,}07 \in \text{IFA}_{0,05}$ donc on accepte l'hypothèse (on ne peut pas quantifier l'erreur !).

2. Cherchons le seuil où la décision « bascule » :

a) $0{,}1-u_\alpha\sqrt{\frac{0{,}1\times 0{,}9}{400}}=0{,}07$ pour $u_\alpha=2$.

b) Pour $u_\alpha\geqslant 2$, on accepte l'hypothèse.
Si $u_\alpha=2$, en notant Z la loi normale centrée réduite : $\text{p}(-2\leqslant Z\leqslant 2) \approx 0{,}95449$.
D'où : $\alpha \approx 1-0{,}9549$ *ie* $\alpha \approx 4{,}6$ %.
La plus grande valeur de α (à 0,1 % près) pour laquelle les résultats de cette étude sont en accord avec l'annonce publicitaire lors d'une prise de décision au seuil α est α ≈ 4,6 %.

Exercice 15 *L'affaire Castaneda contre Partida*

1. On fait l'hypothèse que la liste des jurés est tirée au hasard, avec remise.
$n=870$ et $p=0{,}791$ donc $n\geqslant 30$; $np=688{,}17$ et $n(1-p)=181{,}83$ donc $np\geqslant 5$ et $n(1-p)\geqslant 5$
On peut donc calculer des IFA.
L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95 % est :

$$\text{IFA}_{0,05} = \left[0{,}791-1{,}96\sqrt{\frac{0{,}791\times 0{,}209}{870}};0{,}791+1{,}96\sqrt{\frac{0{,}791\times 0{,}209}{870}}\right] \approx [0{,}7639;0{,}8181].$$

$\frac{339}{870} \approx 0{,}3897 \notin \text{IFA}_{0,05}$ donc on peut rejeter l'hypothèse que le tirage ait été au hasard (avec un risque d'erreur d'environ 5 % de se tromper).

2. a) D'après le texte, le nombre d'américains mexicains pris au hasard parmi les 870 personnes convoquées sans que cela ne semble « suspect à un spécialiste des sciences humaines » peut varier entre : $688-3\times 12=652$ et $688+3\times 12=724$.

b) *A vous de le dire... Voir les compléments après l'énoncé de l'exercice.*