INTERVALLE(S) DE FLUCTUATION : EXERCICES

Exercice 1 ***D'après Bac ES (Pondichéry 2014)***

Une entreprise annonce que le pourcentage de moteurs défectueux dans sa production est égal à 1 %. Afin de vérifier cette information, 800 moteurs sont prélevés au hasard. On constate que 15 moteurs sont défectueux.
Le résultat de ce test remet-il en question l'annonce de l'entreprise. Justifier.

Exercice 2

Le gérant d'un service de transports urbains annonce fièrement : « il y a suffisamment de bus en circulation pour que les usagers soient assis 95 % du temps ».
Julie pense que ce n'est pas possible. Elle fait un relevé sur 120 trajets et note qu'elle n'a pas pu s'asseoir durant 27 trajets. Que peut-elle penser de l'affirmation du gérant ?

Exercice 3

Une généticienne souhaite tester une hypothèse sur la transmission d'un caractère chez les drosophiles. Elle s'attend à trouver, après une génération, un quart de la population avec des yeux bruns. Pour tester son hypothèse, elle observe un échantillon de 2 500 mouches : elle en compte 633 avec des yeux bruns. Que peut-elle penser de son hypothèse ?

Exercice 4

Un client d'un supermarché achète une mousse à raser, attiré par l'étiquette qui indique :
« 97 % des utilisateurs sont satisfaits de cette mousse à raser. N'hésitez plus ! »
En rentrant chez lui, il trouve cette mousse assez irritante. Furieux, il décide de vérifier l'affirmation du fabricant de mousse. Patient, il demande l'avis de clients à la sortie du supermarché : au bout de quelques heures, 177 clients ayant utilisé cette mousse à raser ont répondu à ses questions, et 166 d'entre eux ont révélé apprécier la mousse.

1. a) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique de la fréquence des personnes satisfaites au seuil de 99 %.

b) Que peut penser le client de l'affirmation du fabricant ?

2. Reprendre la question précédente avec l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

Exercice 5 ***D'après Bac ES (Asie 2014)***

Dans cette partie, les valeurs numériques sont arrondies au centième.

Dans un établissement, parmi les 224 étudiants inscrits à la préparation à ce concours, 26 % ont été admis à la session de mai 2013.
On admet que dans cette population, on a également 60 % des personnes qui se présentaient pour la première fois.
Le directeur de l'établissement prétend que ce résultat, supérieur au taux de réussite global de 22 %, ne peut être simplement dû au hasard et il affirme que la qualité de l'enseignement dispensé dans son établissement a permis à ses élèves de mieux réussir que l'ensemble des candidats.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % du pourcentage d'étudiants admis dans un groupe de 224 personnes.

2. Que penser de l'affirmation du directeur de l'établissement ? Justifier.

Exercice 6 *D'après Bac ES (Nouvelle-Calédonie 2015)*

Une entreprise est spécialisée dans la distribution de pommes et la fabrication de jus de pomme.
Elle s'approvisionne en pommes auprès de différents producteurs régionaux.
L'entreprise dispose d'une machine destinée à tester la conformité des pommes : celles que la machine accepte seront vendues sans transformation ; les autres serviront à produire du jus de pomme en bouteille.
L'entreprise a un doute sur la qualité des pommes fournies par l'un de ses fournisseurs, et elle envisage de s'en séparer. Elle procède donc à un contrôle en prélevant, au hasard, un échantillon de 80 pommes et en vérifiant manuellement la conformité de chaque pomme.
On formule l'hypothèse que 86 % des pommes de ce fournisseur sont conformes.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de pommes conformes contenues dans un lot de 80 pommes (*les bornes de l'intervalle seront arrondies au millième*).

2. L'entreprise a constaté que seulement 65 pommes de l'échantillon étaient conformes.
Quelle décision est-elle amenée à prendre ?

Exercice 7 *D'après Bac ES (Polynésie 2014)*

DOCUMENT 1 : « En France, pendant l'année scolaire 2009-2010, sur 81 135 étudiants inscrits en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE), on pouvait trouver 34 632 filles. »
(Source : Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche Édition 2010)

Selon l'INSEE, la proportion de filles parmi les jeunes entre 15 et 24 ans est de 49,2 %.
Peut-on considérer, en s'appuyant sur le document 1, que les filles inscrites sont sous-représentées en CPGE ? Justifier la réponse. *On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.*

Exercice 8 *D'après Bac ES (Amérique du Nord 2014)*

Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-4}.
Un investisseur souhaite acheter un appartement dans l'objectif est de le louer. Pour cela, il s'intéresse à la rentabilité locative de cet appartement.

L'investisseur se rend dans une agence immobilière pour acheter un appartement et le louer. Le responsable de cette agence lui affirme que 60 % des appartements sont rentables.
Pour vérifier son affirmation, on a prélevé au hasard 280 dossiers d'appartements loués. Parmi ceux-ci, 120 sont rentables.

1. Déterminer la fréquence observée sur l'échantillon prélevé.

2. Peut-on valider l'affirmation du responsable de cette agence ? Justifier cette réponse.
On pourra s'aider du calcul d'un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

Exercice 9 *Prédire une naissance prématurée ?*

Les enfants sont dits prématurés lorsque la durée gestationnelle est inférieure ou égale à 259 jours.
La proportion de ces naissances est de 6 %.
Des chercheurs suggèrent que les femmes ayant eu un travail pénible pendant leur grossesse sont plus susceptibles d'avoir un enfant prématuré que les autres. Il est décidé de réaliser une enquête auprès d'un échantillon aléatoire de 400 naissances correspondant à des femmes ayant eu pendant leur grossesse un travail pénible. Finalement, le nombre d'enfants prématurés est de 50.

Qu'en conclure ?

Exercice 10 *Le Louvre et les jeunes*

Sur le site internet[1] du Louvre, on peut lire le nombre de visiteurs en 2012 : 9,7 millions, dont 40 % de jeunes de moins de 26 ans et 52 % de moins de 30 ans. Il est également indiqué que « globalement, la fréquentation des visiteurs étrangers a progressé en 2012 (+11 %, soit, en volume, un surcroît d'environ 660 000 visites) avec 69 % de visiteurs étrangers ».
Une nouvelle exposition, plutôt destinée aux jeunes, est mise en place : sur trois jours, un sondage est effectué auprès de 387 visiteurs. Ont été comptabilisés 173 jeunes de moins de 26 ans, soit 44,7 % environ.

Cette exposition a-t-elle eu un impact sur la fréquentation du Louvre par les jeunes de moins de 26 ans ?

Exercice 11 *Société d'assurance et réserve financière*

<u>Partie A</u>

La société d'assurance *MathAssur* doit assurer 100 véhicules de valeur 10 000 €.
D'après les statistiques dont elle dispose, sur un an, la probabilité pour qu'un véhicule soit accidenté et irréparable est de $p=0{,}01$.
On suppose que *MathAssur* doit payer le 31 décembre tous les sinistres de l'année (remboursement intégral des voitures accidentées).

A combien doit s'élever la réserve financière de la société pour qu'elle puisse indemniser tous les sinistres dans au moins 99 % des cas ?
Et alors, quel montant* MathAssur *doit-il demander à chaque client par an ?

<u>Partie B</u>

Une autre société d'assurance, *Tinkiet*, effectue le même travail pour 100 autres véhicules.
Calculer la réserve financière dont les deux sociétés fusionnées auraient besoin pour 200 véhicules.

La fusion des deux entreprises est-elle intéressante financièrement ?

1 http://www.louvre.fr/sites/default/files/medias/medias_fichiers/fichiers/pdf/louvre-rapport-activites-2012.pdf

Exercice 12 *L'affaire Woburn*

Woburn est une petite ville industrielle du Massachusetts, au Nord-Est des États-Unis.

Du milieu à la fin des années 1970, la communauté locale s'émeut d'un grand nombre de leucémies infantiles survenant dans certains quartiers de la ville. Les familles se lancent alors dans l'exploration des causes et constatent la présence de décharges et de friches industrielles ainsi que l'existence de polluants.

Dans un premier temps, les experts gouvernementaux concluent qu'il n'y a rien d'étrange. Mais les familles s'obstinent et saisissent leurs propres experts…

Le tableau suivant résume les données statistiques concernant les enfants de Woburn de moins de 15 ans, pour la période 1969-1979 (sources : *Massachusetts Département of Public Health* et *Harvard University*).

Enfants de moins de 15 ans	*Population de Woburn selon le recensement de 1970*	*Nombre de cas de leucémie infantile observés à Woburn entre 1969 et 1979*	*Fréquence des leucémies à Woburn*	*Fréquence des leucémies aux États-Unis*
Garçons	5969	9	0,00151	0,00052
Filles	5779	3	0,00052	0,00038
Total	11 748	12	0,00102	0,00045

La question statistique qui se pose est de savoir si le hasard seul peut raisonnablement expliquer les fréquences à Woburn. Nous nous concentrerons ici sur le cas des garçons, le plus significatif.

Pour vérifier si cette observation est anormalement élevée, on suppose extraire au hasard un échantillon de 5969 garçons de moins de 15 ans dans la population des garçons de moins de 15 ans des U.S.A. (dont une proportion d'individus égale à 0.00052 a une leucémie) et assimiler cet échantillon sans remise à un échantillon avec remise car la taille de la population de Woburn est très vaste par rapport à la taille de celle des U.S.A.

On note X la v.a.r. qui à tout échantillon de 5969 jeunes garçons de moins de 15 ans choisis au hasard aux U.S.A. associe le nombre de cas de leucémies.

Partie A *Un cas rare ?*

Déterminer la loi de probabilité de X.
Peut-on calculer $p(X \geqslant 9)$? Conclure.

Partie B *Woburn, ville normale ?*

Se poser la question de savoir si la situation est « normale » à Woburn, revient à se demander si l'échantillon observé peut être considéré comme issu d'une population (habitants de Woburn) pour laquelle la proportion de cas de leucémie est $p_W = 0{,}00052$ comme dans tout le pays[2].

La situation vous semble-t-elle « normale » à Woburn ?
Peut-on conclure que $p_W > 0{,}00052$?

2 Remarquons que cette hypothèse peut-être sujette à critiques, car on ne connaît rien sur cette population… Est-elle représentative de la population des U.S.A. ?

Partie C *Woburn, ville dangereuse ?*

$p_W < 0{,}00052$ signifie que la situation est "anormale" mais qu'il y a moins de cas de leucémie à Woburn que dans le reste du pays, ce qui peut rendre cette ville agréable à vivre et attractive…
Et $p_W > 0{,}00052$ signifie qu'il y a plus de cas de leucémie que dans le reste du pays, donc que Woburn est plus "dangereuse" à habiter qu'ailleurs…

Il vaut donc mieux, plutôt que de se demander si la situation est "normale" (donc trancher entre $p_W = 0{,}00052$ et $p_W \neq 0{,}00052$), se demander si la situation à Woburn est "dangereuse" ou non (donc trancher entre $p_W \leqslant 0{,}00052$ et $p_W > 0{,}00052$).

La question est de déterminer une valeur b au-delà de laquelle on estimera que la valeur élevée du nombre x d'enfants atteints de leucémie n'est plus le fruit de la fluctuation due au hasard, mais est plutôt révélatrice d'une situation dangereuse.

On cherche alors b tel que $\mathrm{p}(\mathrm{X} > b) \leqslant 0{,}05$.
Tant que la valeur x observée sera proche de 0 (*i.e.* dans [0 ; *b*]), il n'y aura pas lieu de déclarer la situation dangereuse.
Au-delà de b, c'est-à-dire si x est dans]*b* ; *n*], on déclarera la situation dangereuse.
Dans cette approche, [0 ; *b*] est un intervalle de fluctuation (que l'on qualifie d'unilatéral).

Déterminer b et conclure sur la « dangerosité » de la ville de Woburn.

Partie D *Et si…*

A Woburn, il y a eu 9 cas de leucémies parmi les garçons.
Si il y avait eu 7 cas, aurait-on été amené à déclarer la situation : **1.** « normale » ?

2. « dangereuse » ?

COMMENTAIRES

Alors que les autorités locales et les experts gouvernementaux ont conclu, dans un premier temps, qu'il n'y avait rien d'étrange dans le nombre de cas de leucémie observés, à la suite d'actions et d'études entreprises par les familles avec leurs propres experts, le *Département de Santé Publique du Massachusetts* a officiellement confirmé en avril 1980 que le taux de leucémie constaté était anormalement élevé.
Les soupçons se portent alors sur la qualité de l'eau de la nappe phréatique qui, par des forages, alimente la ville. On découvre alors le syndrome du trichloréthylène : les sols ont été contaminés par des résidus de tannerie et de produits chimiques.
C'est l'exposition *in utero* à cette eau contaminée qui serait à l'origine des cas de leucémies observés…
Les industriels responsables de cette pollution sont traduits en justice, les familles obtiendront des « réparations » financières et la dépollution des sites sera engagée. Suite à cette affaire, le discours du nouveau maire montre bien le changement d'attitude des autorités : « notre première priorité, dira-t-il, est de nous assurer d'avoir un approvisionnement en eau propre et saine ».

On a vu dans cet exemple qu'une même situation peut donner lieu à plusieurs questionnements possibles et, en conséquence, à des traitements mathématiques différents.

COMPLÉMENTS

Si on sélectionne au hasard 5969 individus dans une population où le taux de leucémie est de 0,00052, la probabilité qu'une variable aléatoire binomiale de paramètres $p=0{,}00052$ et $n=5969$ soit supérieur ou égale à 9 vaut 0,0047.
Cette probabilité est effectivement petite mais en quoi ce calcul permet-il de répondre à la question ?

Les calculs précédents répondent à la question prise dans son ensemble si on s'accorde pour dire que le nombre de leucémies doit être "considéré comme résultant d'un échantillon prélevé dans la population américaine".
Le problème est que ***cette considération est parfaitement inadaptée***.
La modélisation du "hasard" ne correspond aucunement à la situation et ne permet pas de répondre à la question statistique qui est de "savoir si le hasard seul peut raisonnablement expliquer le nombre de leucémies observées chez les jeunes garçons de Woburn".
Le problème fondamental de la question de Woburn est donc de comprendre "comment, en observant un taux de leucémie qui me semble élevé à Woburn, je peux comparer statistiquement ce taux avec le taux national ?".

En 1970, les USA contenaient environs 20 millions de garçon de moins de 15 ans. Cela correspond à environ 3350 groupes de 5969 individus (si toutes les villes des États-Unis avaient le même nombre d'enfants de moins de quinze ans).
L'analyse qui permettrait de donner un début de réponse à la question consisterait à calculer la probabilité d'avoir au moins un groupe de 5969 individus, parmi N groupes, ayant au moins 9 leucémies et de commenter cette probabilité en fonction de N.
Cette probabilité est celle qu'une variable binomiale de paramètres N et $p=0{,}0047$ ne soit pas nulle.
Pour N=100, 200, 500, 1000, 3300, on obtient respectivement 0,38, 0,61, 0,90, 0,99 et environ 1.
Et l'espérance du nombre de groupes, parmi 3350, ayant au moins 9 leucémies est ici de 15,745 !

On voit alors clairement qu'avec un taux de leucémie nationale de 0,00052, ***le fait qu'une ville de 5969 garçons de moins de 15 ans ait connu 9 leucémies est parfaitement attribuable au hasard***.

Les phénomènes rares peuvent être, paradoxalement, très fréquents !

Ayant choisi une ville (Woburn), ayant 5969 jeunes garçons, la probabilité de trouver plus de neuf cas de leucémie dans cette ville est faible… mais si je considère qu'il existe plus de 500 villes de plus de 5969 jeunes garçons, la probabilité de trouver au moins une ville dont le nombre de cas de leucémies est supérieure à 9 ne l'est pas (90 % de chances) !

L'enseignement de la statistique au lycée est particulièrement délicat.
Il ne s'agit pas d'une discipline mathématique mais d'une discipline qui utilise les mathématiques.

Exercice 13 *Crises d'asthme alarmantes : prise de décision dans un contexte unilatéral*

Les intervalles de fluctuation asymptotiques vus en T°S sont bilatéraux.
Or, nombre de situations de prise de décision sont plutôt unilatérales : en voici une.

On admet que dans la population d'enfants de 11 à 14 ans d'un département français le pourcentage d'enfants ayant déjà eu une crise d'asthme dans leur vie est de 13 %.
Un médecin d'une ville V de ce département est surpris du nombre important d'enfants le consultant ayant des crises d'asthme et en informe les services sanitaires. Ceux-ci décident d'entreprendre une étude et d'évaluer la proportion d'enfants de 11 à 14 ans ayant déjà eu des crises d'asthme.

Ils sélectionnent de manière aléatoire 200 jeunes de 11 à 14 ans de la ville V.
L'étude dénombre 33 jeunes ayant déjà eu des crises d'asthme.
La règle de décision prise est la suivante :

> si la proportion observée est supérieure à la borne supérieure de l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % alors une investigation plus complète sera mise en place afin de rechercher les facteurs de risque pouvant expliquer cette proportion élevée.

Du bilatéral à l'unilatéral

1. a) Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % (noté $\mathrm{IFA}_{0,05}$) de la proportion de jeunes de 11 à 14 ans ayant eu une crise d'asthme dans un échantillon de taille 200.

b) Indiquer une valeur approchée de la probabilité de mener une investigation supplémentaire à tort, c'est-à-dire alors que la proportion d'enfants de 11 à 14 ans de la ville V ayant déjà eu une crise d'asthme dans leur vie est de 13 % (on parle de ***risque de première espèce***).
On note α cette probabilité.

c) Conclure quant à la décision à prendre.

2. Vu la décision prise, on ne peut pas quantifier le risque. Tentons de l'estimer…
Supposons, par exemple, que la proportion d'enfants asthmatiques de cet âge dans la ville V (connue comme souffrant de pollution de l'air) soit en fait de 25 %.
On cherche à estimer la probabilité, notée β**,** que la règle de décision nous ait conduit à accepter à tort l'hypothèse $p=0,13$ (on parle de ***risque de seconde espèce***). Comment faire ?

<u>Conclusion</u> : si $\alpha \approx$ alors $\beta \approx$

Une décision moins risquée ?

On souhaite réduire le risque de première espèce α, autrement dit le risque de mener une investigation à tort. On choisit alors $\alpha \approx 0,5$ %, en utilisant l'intervalle de fluctuation asymptotique vu en Terminale.

1. a) Déterminer cet intervalle de fluctuation, noté $\mathrm{IFA}_{0,01}$.

b) Conclure quant à la décision à prendre.

2. Déterminer β, le risque de seconde espèce.

<u>Conclusion</u> : si $\alpha \approx$ alors $\beta \approx$

Une décision plus risquée ?

On choisit α ≈ 5 %, en utilisant l'intervalle de fluctuation asymptotique vu en Terminale.

1. a) Déterminer cet intervalle de fluctuation, noté $\mathrm{IFA}_{0,1}$.

b) Conclure quand à la décision à prendre.

2. Déterminer β, le risque de seconde espèce.

<u>Conclusion</u> :	si α ≈	alors β ≈

Pourquoi approcher quand on peut calculer ?

Jusqu'à présent, nous avons utilisé les intervalles de fluctuation asymptotiques.
La valeur de *n* n'étant pas très grande ici, on peut se demander si ces intervalles n'influent pas significativement sur les valeurs de α et β calculées précédemment.
On va donc reprendre toutes les étapes précédentes en calculant les intervalles de fluctuation unilatéraux avec la loi binomiale : X' suit une loi binomiale de paramètres $n=200$ et $p=0,13$.

1. On souhaite α proche de 2,5 %
a) Déterminer le plus petit entier *k* tel que $p(X'\leqslant k)\geqslant 0,975$ et en déduire α.

b) En déduire l'intervalle de fluctuation unilatéral $\mathrm{IFU}_{0,025}$.

c) Déterminer le risque de seconde espèce β.

2. Reprendre la question 1. avec α proche de 5 %.

3. Reprendre la question 1. avec α proche de 0,5 %.

4. Comparer ces résultats avec ceux obtenus avec les intervalles de fluctuation asymptotiques :

Int. de fluctuation asymptotiques	Int. de fluctuation unilatéraux (loi binomiale)
Si α ≈ 0,5 % alors β ≈	Si α ≈ alors β ≈
Si α ≈ 2,5 % alors β ≈	Si α ≈ alors β ≈
Si α ≈ 5 % alors β ≈	Si α ≈ alors β ≈

Exercice 14 *Publicité mensongère ?*

Une publicité affirme qu'on a une chance sur dix de gagner à un certain jeu.
Au cours d'une étude portant sur un échantillon aléatoire de 400 joueurs, on a compté 28 gagnants.

1. a) Commenter l'annonce faite en effectuant une prise de décision au seuil de risque de 5 %.

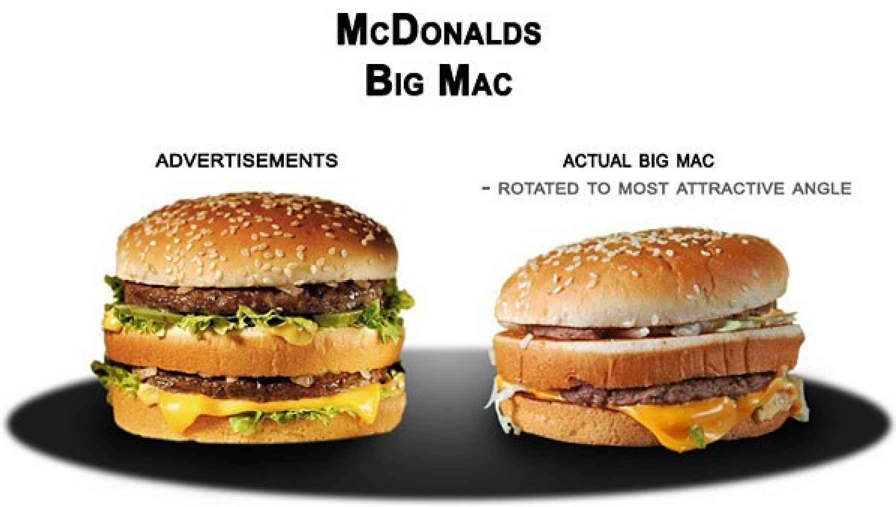
b) Même question au seuil de risque de 1 %.

2. Cherchons le seuil où la décision « bascule » :
a) Démontrer que les résultats de cette étude sont en accord avec l'annonce publicitaire lors d'une prise de décision au seuil de risque α si et seulement si $u_\alpha \geqslant 2$.

b) En déduire la plus grande valeur de α (à 0,1 % près) pour laquelle les résultats de cette étude sont en accord avec l'annonce publicitaire lors d'une prise de décision au seuil α.
Remarque : cette valeur est appelée ***degré de signification****.*

Source : http://rallymaths.free.fr/terminale/chapitre_18.pdf

« Pour qu'un message publicitaire soit perçu, il faut que le cerveau du téléspectateur soit disponible. Les émissions de TF1 ont pour vocation de le divertir, de le détendre pour le préparer entre deux messages publicitaires. Ce que nous vendons à Coca-Cola, c'est du temps de cerveau disponible. » (Patrick Le Lay, PDG de TF1 de 1988 à 2008)



Exercice 15 *L'affaire Castaneda contre Partida*

L'ensemble des faits évoqués ci-dessous est réel.

En mars 1972, dans un comté du sud du Texas, Rodrigo Partida était inculpé puis condamné à huit ans de prison pour cambriolage d'une résidence privée dans la nuit avec tentative de viol.
Après avoir épuisé toutes les voies de recours, il attaqua ce jugement et le shérif du compté de l'Hidalgo (shérif Castaneda), le 9 novembre 1976, au motif que la désignation des jurés de ce comté était discriminante à l'égard des Américains d'origine mexicaine.
Alors que 79,1 % de la population du comté était d'origine mexicaine (recensement de 1970), sur les 870 personnes convoquées pour être jurés sur la période 1962-1972, seules 339 d'entre elles étaient d'origine mexicaine.

Lors du procès, un statisticien produisit des arguments pour convaincre la Cour Suprême du bien fondé de la requête de l'accusé (dont les juges votèrent à 5 contre 4 en faveur de la requête).

Le rapport complet de la Cour Suprême des États-Unis est disponible ici (en anglais, of course) : supreme.justia.com/cases/federal/us/430/482/case.html

1. Comment répondriez-vous à ce problème ?

2. Extrait de l'attendu de la cour suprême dans l'affaire Castaneda contre Partida
*« Si les jurés étaient tirés au hasard dans l'ensemble de la population, le nombre d'américains mexicains dans l'échantillon pourrait alors être modélisé par une distribution binomiale…
Étant donné que 79,1 % de la population est mexico-américaine, le nombre attendu d'américains mexicains parmi les 870 personnes convoquées en tant que grands jurés pendant la période de 11 ans est approximativement 688. Le nombre observé est 339. Bien sûr, dans n'importe quel tirage considéré, une certaine fluctuation par rapport au nombre attendu est prévisible. Le point essentiel cependant, est que le modèle statistique montre que les résultats d'un tirage au sort tombent vraisemblablement dans le voisinage de la valeur attendue… La mesure des fluctuations prévues par rapport à la valeur attendue est l'écart type, défini pour la distribution binomiale comme la racine carrée de la taille de l'échantillon (ici 870) fois la probabilité de sélectionner un américain mexicain (ici 0,791) fois la probabilité de sélectionner un non américain mexicain (ici 0,209)…
Ainsi, dans ce cas, l'écart type est approximativement de 12. En règle générale pour de si grands échantillons, si la différence entre la valeur attendue et le nombre observé est plus grand que deux ou trois écarts types, alors l'hypothèse que le tirage du jury était au hasard serait suspect à un spécialiste des sciences humaines. Les données sur 11 années reflètent ici une différence d'environ 29 écarts types.
Un calcul détaillé révèle qu'un éloignement aussi important de la valeur attendue se produirait avec moins d'une chance sur 10^{140}. »*

a) Pour la Cour Suprême, entre quelles valeurs peut varier le nombre d'américains mexicains pris au hasard parmi les 870 personnes convoquées sans que cela ne semble « suspect à un spécialiste des sciences humaines » ?

b) Que pensez-vous que la Cour ait conclu ?

COMPLÉMENTS

Finalement, la Cour Suprême des droits de l'homme du Texas a ***confirmé la condamnation***, en excluant une démonstration mathématique d'une discrimination raciale.

Cela doit être souligné dans la mesure où l'on semble avoir la conviction d'avoir étudié un cas manifeste de racisme ou de complot…

Selon le tribunal, Partida aurait dû montrer que de nombreuses femmes d'origine mexicaine ayant participées aux jurys étaient mariées à des hommes avec des noms anglo-américains.
Il aurait également dû compter le nombre de jurés d'origine mexicaine excusés pour des raisons d'âge ou de santé, et dire combien de ceux énumérés dans le recensement n'avaient pas respecté les qualifications statuaires pour être dans un jury (citoyenneté, alphabétisation, manque de casier judiciaire, etc.) : beaucoup n'étaient pas des citoyens de l'État mais étaient des travailleurs pour les « moissons humides » du côté sud de Rio Grande, certains étaient analphabètes…
Au-delà des incertitudes statistiques, le tribunal a jugé impossible de croire que la discrimination aurait pu être dirigée contre un mexicain-américain, compte tenu des nombreux postes électifs détenus par les mexicains-américains dans le comté et de la représentation substantielle des mexicains-américains sur les jurys récents.

Lors de l'audience, l'avocat de Partida a présenté le témoignage du juge de l'État qui a choisi les commissaires des jurés qui ont compilé la liste dont le grand jury de Partida a été pris.
En choisissant les commissaires au jury, le juge a déclaré qu'il tentait de nommer un plus grand nombre de mexicains-américains que les membres d'autres groupes ethniques.
Il a admis que les résultats réels du processus de sélection n'avaient pas produit de grandes listes du jury qui étaient « représentatives de l'équilibre ethnique dans la communauté ».
Les commissaires aux jurés eux-mêmes, qui étaient les seuls à pouvoir expliquer l'apparente sous-représentation substantielle des mexicains-américains et à fournir des informations sur le fonctionnement réel du processus de sélection, n'ont jamais été appelés…
Pourtant, trois des cinq commissaires aux jurés (dans le cas de l'intimé) étaient mexicains-américains.

Sur la base des éléments de preuve dont il était saisi, le tribunal a conclu que l'intimé avait établi une preuve (à première vue) de discrimination intrusive avec sa preuve d'une « longue disproportion continue dans la composition des grands jurys dans le comté d'Hidalgo ».
Cependant, compte tenu de l'examen de la fiabilité des statistiques offertes par le répondant, le tribunal a déclaré que cette preuve était faible, et a estimé que les statistiques du recensement ne reflétaient pas exactement la situation réelle, en raison des changements récents dans la région du comté de Hidalgo et de l'impression que le tribunal avait des caractéristiques démographiques de la communauté mexicano-américaine. D'autre part, le tribunal a reconnu que le système de sélection du grand jury du Texas était très subjectif et était « archaïque et inefficace ».

L'étude porte sur les 11 années qui ont précédé le jugement de Partida. Il n'est pas raisonnable de penser que durant cette longue période, la proportion de citoyens d'origine mexicaine est resté constante et égale à 79,1 %… De plus, d'où vient ce nombre ?

Les chiffres du recensement montrent que, en 1970, la population du comté d'Hidalgo était de 181 535.
Les personnes de langue espagnole ou le nom de famille espagnol totalisaient 143 611.
En supposant que toutes les personnes de langue espagnole ou le nom de famille espagnol étaient mexicains-américains, ces chiffres montrent que 79,1 % de la population du comté était mexicaine-américaine.

Sur la période considérée, la proportion de citoyens d'origine mexicaine ayant été membre d'un jury dans ce même comté était en moyenne de 39 % ; cette proportion est passée à 45,5 % sur la période de deux ans et demi précédent le jugement de l'affaire.

Année	Nombre moyen de personnes	Nombre moyen de « Spanish surnamed »	Pourcentage
1962	16	6	37,5
1963	16	5,75	35,9
1964	16	4,75	29,7
1965	16,2	5	30,9
1966	20	7,5	37,5
1967	20,25	7,25	35,8
1968	20	6,6	33
1969	20	10	50
1970	20	8	40
1971	20	9,4	47
1972	20	10,5	52,5

Enfin, il faut remarquer que la cour suprême ne conclut pas à la démonstration formelle de discrimination raciale. Elle précise, en effet :

« Étant donné les nombreuses facettes de la motivation humaine, il serait peu approprié de prendre comme loi établie que des humains appartenant à un groupe ne pratiqueront pas de discrimination à l'égard des membres d'un autre groupe ».