

# FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

## PARTIE 4 : FONCTIONS POLYNÔMES DE DEGRÉ 2

(hors programme)

$$f(x) = ax^2 + bx + c \\ = a((x - \alpha)^2 + \beta)$$

$$\text{où } \alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = -\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

C'est ce qu'on appelle la **forme canonique** de la fonction polynomiale  $f$ .

**Définition** : une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  est une **fonction polynôme de degré 2** s'il existe des nombres réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  (avec  $a \neq 0$ ) tels que pour tout réel  $x$  :

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

### I. Sens de variation et représentation graphique

#### Propriétés :

❶ La courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2 de la forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$  (avec  $a \neq 0$ ) est une ..... qui a l'allure suivante selon les valeurs du coefficient  $a$  :

- si  $a > 0$ , la fonction  $f$  est d'abord strictement décroissante, puis strictement croissante ;
- si  $a < 0$ , la fonction  $f$  est d'abord strictement croissante, puis strictement décroissante :

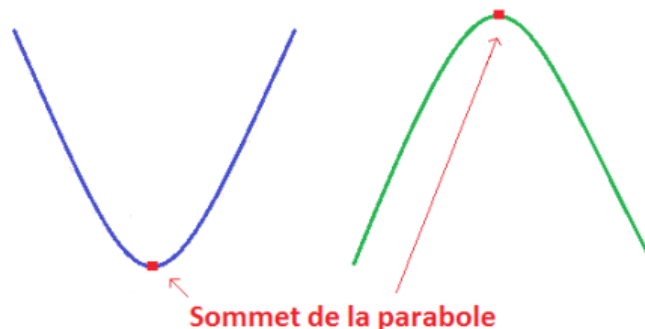
❷ Cette courbe représentative admet un **axe de symétrie** parallèle à l'axe des ordonnées.

DÉMONSTRATIONS : admises mais possibles en Seconde

*Remarque* : la fonction  $f$  admet un extremum en  $-\frac{b}{2a}$ .

*Cette propriété n'est pas exigible en Seconde, mais elle est bien utile et peut se démontrer (voir exercices).*

**Définition** : Le point d'intersection de la parabole et de son axe de symétrie s'appelle le **sommet de la parabole**.



## II. Un problème en vue pour atteindre le sommet

Une entreprise décide d'investir dans la publicité pour relancer ses ventes. On constate que le chiffre d'affaires (en euros) correspondant à la somme  $x$  (en euros) investie dans la publicité est donnée, pour  $x$  élément de  $[0 ; 10\ 000]$ , par la fonction :

$$f(x) = -0,001x^2 + 12,5x + 15\ 000.$$

**Quel montant minimum doit investir l'entreprise pour avoir un chiffre d'affaire maximal ?**

**Méthode 1 :** (type devoir surveillé)

1. A la calculatrice, conjecturer le maximum de la fonction  $f$ , et la valeur pour laquelle il est atteint.

2. a) Démontrer que pour tout réel  $x$  de  $[0 ; 10\ 000]$  :  $f(x) - 54\ 062,5 = -0,001(x - 6\ 250)^2$ .

b) Conclure.

**Méthode 2 :**

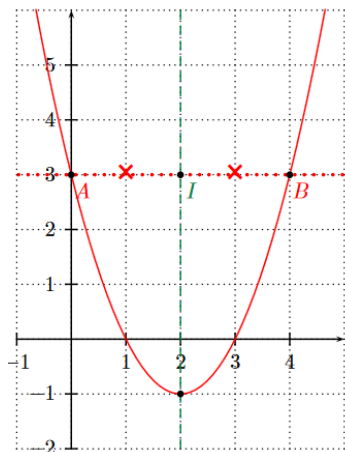
*Puisque la courbe est symétrique, si l'on trouve deux points A et B de cette courbe de même ordonnée, on en déduit que leur milieu I est situé sur l'axe de symétrie.*

*L'abscisse de I est donc l'abscisse de l'extremum.*

On a donc :

***L'abscisse du sommet d'une parabole est la demi-somme des abscisses de deux points de cette parabole ayant même ordonnée.***

Exemple :



Utiliser cette propriété pour déterminer le montant minimum que doit investir l'entreprise.