

DES PARABOLES AUTOUR DE NOUS

FONCTIONS POLYNÔMES DE DEGRÉ 2 (COMPLÉMENTS)

Autour de vous, en observant bien, vous découvrirez des objets de forme « parabolique » utilisant une propriété de la parabole qui était connue d'Archimède (280 av. J.-C.) :

tous les rayons lumineux parallèles à l'axe de symétrie de la parabole sont réfléchis vers un même point fixe qui est appelé foyer... comme le foyer d'un feu.

Le miroir parabolique

Il s'agit d'un miroir dont la surface est une parabolôïde de révolution, c'est-à-dire une surface obtenue par une parabole que l'on fait tourner autour de son axe.

En utilisant la lumière du Soleil, on peut donc fabriquer un « four solaire » en utilisant cette propriété. En ayant suffisamment de miroirs paraboliques, on peut par exemple orienter ces miroirs et concentrer leurs actions en un certain lieu, par exemple les cordages des vaisseaux qui attaquent la ville de Syracuse et ainsi les brûler... Du moins c'est ce que retient la légende.

L'inconvénient est que le miroir parabolique doit être régulièrement réorienté pour rester face au soleil.

Dans les années 1950, un immense miroir parabolique a été construit dans la citadelle militaire de **Mont-Louis**, dans les Pyrénées. La température à son foyer va atteindre près de 3000°C.

Ce four solaire a servi de modèle dans le monde entier, démontrant le potentiel de l'énergie solaire et ses multiples applications.

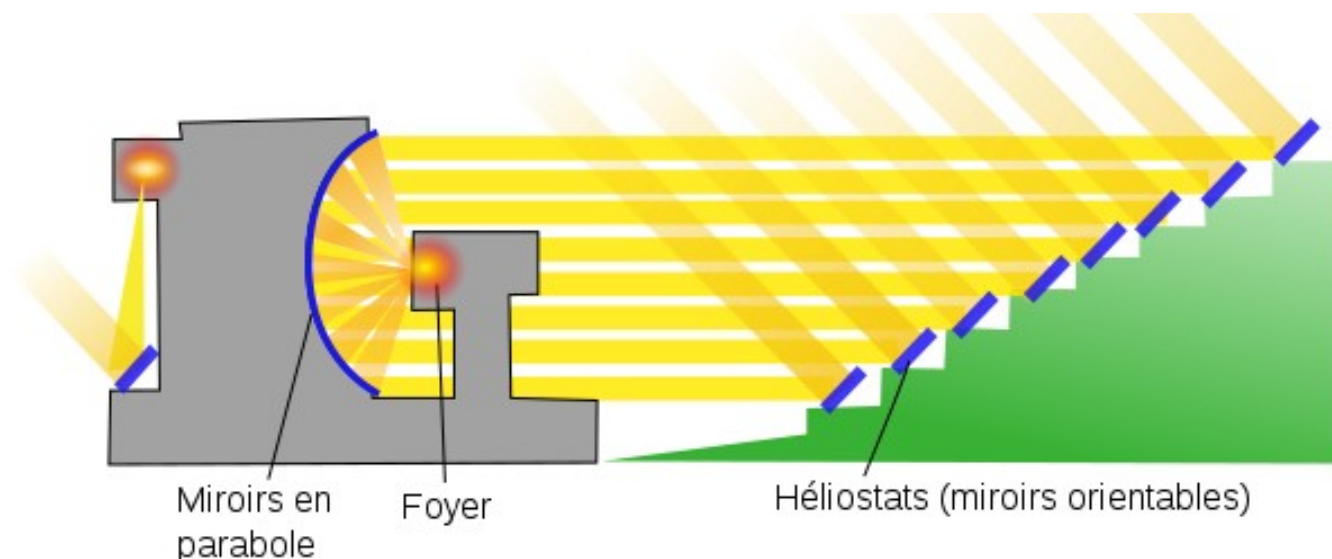
Quinze ans plus tard, à quelques kilomètres de là, sera construit le **four solaire d'Odeillo**.

Sa puissance thermique est d'un mégawatt (équivalent de 10 000 ampoules de 100 watts).

Le principe utilisé est celui de la concentration des rayons par des miroirs réfléchissants.

Les rayons solaires sont captés par une première série de miroirs orientables situés sur la pente, puis envoyés vers une deuxième série de miroirs (les « concentrateurs »), disposés en parabole.

De là ils convergent vers une cible circulaire au sommet d'une tour centrale ; cette cible a à peine 40 cm de diamètre. Cela revient à concentrer l'énergie de « 10 000 soleils ».





Avantages :

- on peut obtenir en quelques secondes des températures supérieures à $3\,500\text{ °C}$, selon le procédé mis en œuvre au foyer de l'installation ;
- l'énergie est « gratuite », et non polluante ;
- ce four permet d'obtenir de brusques changements de température, et donc d'étudier l'effet des chocs thermiques ;
- il n'y a aucun élément contaminant (gaz de combustion, pollution, résidus, etc.), puisque seul l'objet à étudier est chauffé uniquement par un rayonnement ;
- ce chauffage peut être réalisé en atmosphère contrôlée (le vide spatial, la haute atmosphère de Mars).

Le four solaire d'Odeillo accueille une partie des équipes du laboratoire de recherche PROMES du CNRS sur les études thermiques à haute température, les systèmes caloporteurs, la conversion de l'énergie, le craquage de l'eau pour produire de l'hydrogène, le comportement des matériaux à haute température dans des environnements extrêmes...

Les domaines de recherches sont aussi étendus aux industries aéronautiques, aérospatiales...

On peut y faire des expériences dans des conditions de grande pureté chimique.

Imaginez l'intérêt de fours solaires pour des milliards de personnes, vivant dans les régions tropicales ou équatoriales, devant faire du feu pour cuire leurs aliments là où l'ensoleillement est important.

Les hommes récoltent du bois, détruisent les forêts, s'abîment la santé en inhalant les fumées...

D'après les calculs de l'Atlas de la Cuisine Solaire, chaque jour, un habitant du continent africain consomme, pour faire cuire sa nourriture, entre 1 et 1,5 kg de bois, aggravant globalement la déforestation et la désertification de certaines zones sensibles. Au total sur l'année, cela représente pour une famille africaine moyenne de 6 personnes plus de 4 tonnes de CO₂ émis.

La dernière étude carbone sur le barbecue (ou parabole) solaire modèle Alsol K145 rend compte de 143 kg de CO₂ dégagés durant le cycle de vie complet d'une parabole de cuisson solaire en aluminium et acier (de la fabrication de la parabole de l'extraction des matières premières en passant par les différents transports et consommations d'énergies intermédiaires émettrices de gaz à effet de serre, jusqu'à la fin de vie - réutilisation, recyclage ou mise en décharge en tant que déchet inerte).

L'amortissement écologique basé sur les émissions en CO₂ est donc extrêmement rapide au sud.

De même, un Européen va dépendre à plus de 80 % des énergies fossiles pour la cuisson de ses aliments, de manière directe ou indirecte en consommant soit de l'énergie électrique, soit du gaz. Ces énergies ont un coût estimé à 60 € par an pour une famille moyenne française et ont également des effets néfastes (émissions de CO₂, résidus radioactifs...).

Utilisé en France de temps en temps en remplacement de la cuisson au gaz ou électrique, un four solaire permet d'éviter le rejet au cours de sa vie de quelques tonnes de CO₂ et de réaliser une économie de 10 à 20 € par an. Durant la vie d'un four solaire, son empreinte écologique et son prix sont donc largement amortis.

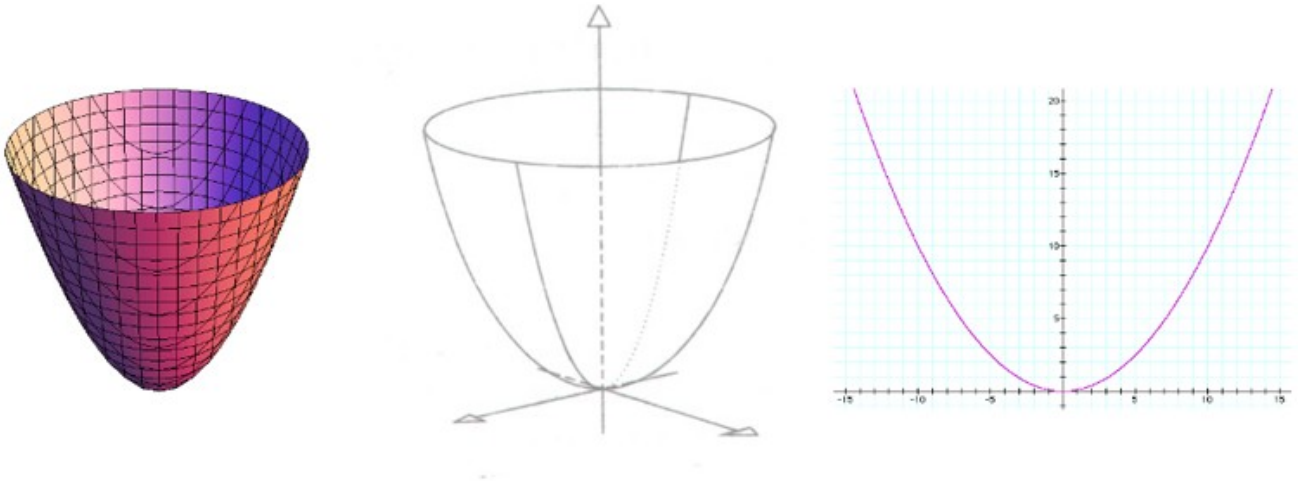
Sources : Wikipédia; Les maths au quotidien (éd. Ellipses) ; http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/S_e9rie_3-5_Paraboles.pdf

Surface d'un fluide en rotation

La surface d'un fluide en rotation prend la forme d'une *paraboloïde* : c'est par exemple le cas lorsqu'on mélange un cocktail avec une cuillère, ou quand on aère un bon vin en l'agitant de façon circulaire dans son verre.

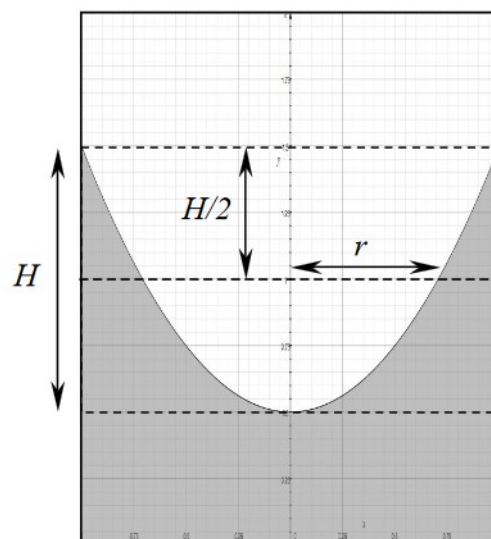
Plus précisément : on considère un récipient cylindrique contenant un liquide.

Si l'on fait tourner ce récipient à vitesse angulaire constante autour de son axe, la surface libre du liquide est alors courbe. On peut montrer que cette surface est un paraboloïde de révolution à concavité dirigée vers le haut, dont l'axe est confondu avec celui du récipient. La section de ce paraboloïde par un plan vertical passant par cet axe est donc une parabole.



On peut alors montrer¹ que :

- le plan initial est situé à mi-hauteur du paraboloïde, c'est-à-dire qu'en faisant tourner le fluide, la paraboloïde « montera autant (aux bords du récipient) qu'elle descendra (au centre du récipient) » ;
- le rayon du cercle d'intersection du paraboloïde et du plan initial, est indépendant de la vitesse angulaire de rotation du récipient. Il est environ égal au 71 % du rayon du récipient.



¹ http://owl-ge.ch/IMG/pdf/surface_d_un_liquide_en_MCU_2.pdf

T é l e s c o p e s

La propriété de la parabole peut être utilisée en astronomie : on anime le mercure d'un mouvement rotatif, et comme ce métal liquide réfléchit bien la lumière, *il joue le rôle d'un miroir parabolique* dont se servent les télescopes à miroir liquide.

Sur la Terre, nous ne recevons que très peu de lumière des étoiles lointaines : c'est pourquoi on munit les télescopes de miroirs paraboliques, qui vont réceptionner et focaliser la lumière.

Plus ce miroir est grand, plus on peut recueillir et concentrer de lumière, et plus on voit loin... Les plus grands télescopes du monde possèdent des miroirs paraboliques de plusieurs mètres de diamètre.

Source : Les maths au quotidien (éd. Ellipses)

La NASA utilise ce type de télescopes à miroir liquide (mercure). Ainsi, ce télescope de 3 mètres à miroir liquide a été utilisé par la NASA jusqu'en 2002 pour mesurer les débris spatiaux à orbite basse.

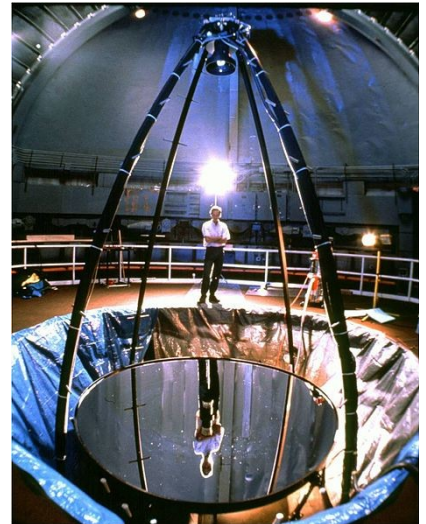
On utilise aujourd'hui du mercure, métal liquide à température ambiante, mais refroidi pour limiter les pertes par évaporation et la pollution toxique.

Une fine couche d'environ un demi à 1 mm est placée dans un récipient parabolique en rotation. Soumis à cette rotation uniforme, le liquide prend la forme parabolique de la surface sous l'effet de forces volumiques ; il existe en effet une vitesse de rotation où s'équilibrent l'énergie potentielle de la gravité et la dynamique de rotation : aucune molécule du liquide ne bouge par rapport à aucune autre.

Nous avons ainsi un miroir presque parfait.

En faisant varier la vitesse de rotation, on peut faire varier la courbure de la parabole et donc la distance focale du miroir. Plus la couche de mercure est épaisse, plus le champ de variations peut être important.

L'installation est pour le reste celle d'un télescope conventionnel. Pour éviter toute variation de la distance focale, le moteur qui entraîne le miroir en rotation doit être extrêmement régulier (ce fut la limitation principale qui empêcha le développement de tels télescopes avant une époque récente).



Comparaison avec les télescopes à miroir solide

Les télescopes à miroirs liquides (TML) sont conçus pour être grands et donc observer loin.

Le problème principal de cette technique est que le miroir peut être uniquement horizontal : il est donc limité aux observations astronomiques au zénith. Cela n'est pas forcément gênant, car c'est à la verticale que la lumière est la moins perturbée par l'atmosphère et que les galaxies lointaines sont partout dans le ciel : le problème est donc moindre devant les avantages de la technique.

De plus, on croit maintenant à la possibilité de construire des télescopes où « l'inclinaison du miroir pourrait atteindre de 20 à 30 degrés, ce qui s'approche d'un télescope conventionnel ».

Les miroirs liquides sont bien moins coûteux que leurs homologues en verre, et ne peuvent pas se casser, ni durant le transport, ni sous l'action de leur propre poids à l'usage.

Contrairement au télescope classique, l'optique adaptative des miroirs liquides n'en est qu'au stade de la recherche, avec notamment l'utilisation de ferrofluide, qui, grâce à un champ magnétique, peut être contrôlé pour modifier la forme du miroir.

Un TML sur la Lune — questions de financement mises à part — permettrait d'avoir un plan d'observation idéal du cosmos.

miroir solide

- Taillage et polissage long et difficile
- Coûts élevés (4 mètres de diamètre: 10 millions \$)
- S'affaisse sous son propre poids lorsque le diamètre augmente
- Inclinables

miroir liquide

- Pas de polissage nécessaire
- Peu coûteux (4 mètres de diamètre: 200 000 \$)
- Ne s'affaisse pas
- Non inclinables

Source : Wikipédia et recherches

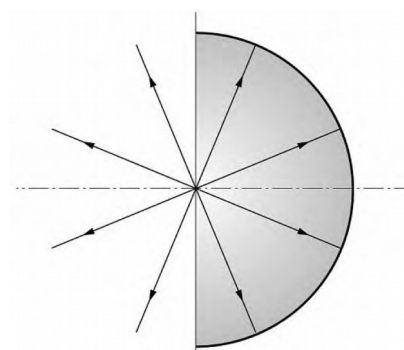


La plupart des voitures sont munies de phares paraboliques afin d'obtenir un éclairage puissant et unidirectionnel : tout rayon émis du foyer d'une parabole repart parallèlement à son axe après s'être réfléchi.

Voici quelques extraits d'un document exceptionnel (et accessible) de l'ANFA², téléchargeable ici : http://www.educauto.org/files/file_fields/2013/11/18/eclairage.pdf

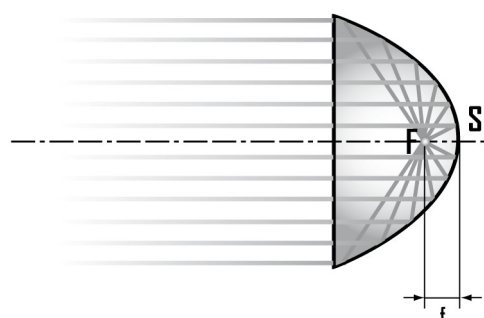
Le réflecteur sphérique

Le réflecteur sphérique ou miroir sphérique est utilisé en signalisation. Chaque rayon de lumière émis par la source lumineuse est réfléchi par le miroir, ce qui permet de doubler l'efficacité de la source. Ce réflecteur éclaire de la même manière dans toutes les directions du côté visible du réflecteur. Aucun traitement de faisceau ne peut être obtenu par le miroir ou par la glace.



Le réflecteur parabolique

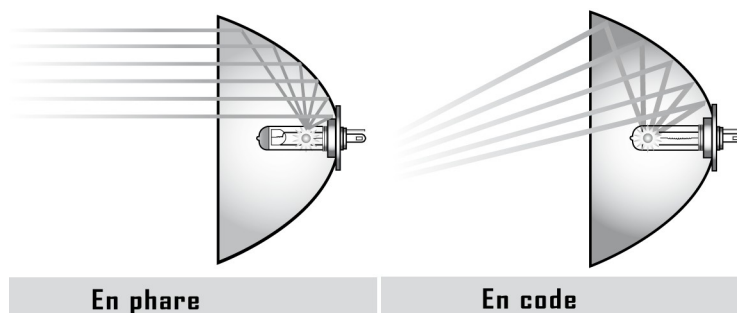
Il s'agit du réflecteur le plus couramment utilisé. Il est employé pour des applications en éclairage et en signalisation. Une source lumineuse placée au foyer de la parabole se réfléchit sur la courbe et renvoie des rayons parallèles à l'axe du réflecteur.



S = sommet de la parabole
F = foyer de la parabole
f = distance de la focale

En jouant sur la différence de position de la source lumineuse et à l'aide d'un cache on peut réaliser un optique croisement / route avec un seul réflecteur.

Le cache est intégré à l'ampoule.



En phare

En code

La glace est également appelée globe, voyant ou plastique. Elle joue un rôle dans la répartition de la lumière. Elle permet aussi de protéger la partie optique du phare. Enfin, elle intervient dans l'aérodynamisme et l'esthétisme du véhicule.

Dans le cadre de l'optique, elle permet :

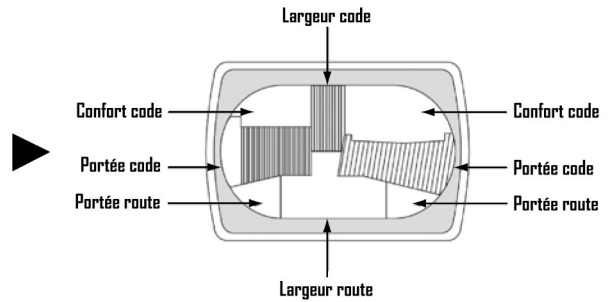
- d'élargir le faisceau et de le rendre homogène ;
- de concentrer la lumière dans des directions privilégiées grâce aux stries destinées à réfléchir la lumière de façon prismatique.

La glace est constituée de prismes, de pavés, ou de sphères.

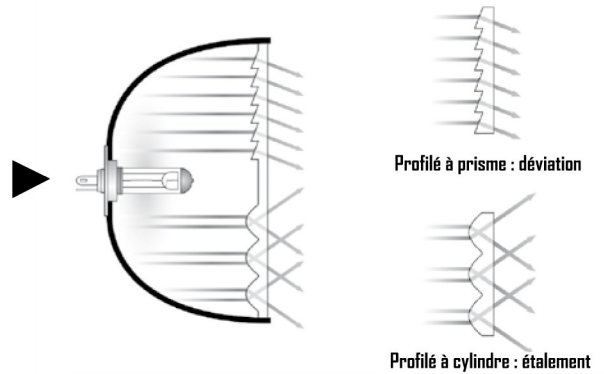
En éclairage

Les stries sur la glace correspondent chacune à des zones spécifiques permettant d'optimiser les paramètres photométriques.

Les glaces utilisées pour les projecteurs sont en verre pressé. La définition des stries a une importance considérable pour obtenir un éclairage de bonne qualité.



Les prismes permettent de concentrer une partie de la lumière sur la partie droite de la route (pour une conduite à gauche) et les cylindres permettent d'étaler la lumière sur le devant proche de la voiture.



On peut montrer, par des considérations physiques, que les câbles soutenant les tabliers³ de ponts suspendus ont une forme parabolique (car le câble n'est pas soumis seulement à son propre poids mais il soutient tout le poids du tablier ; sinon on parlerait de *chaînette*⁴).

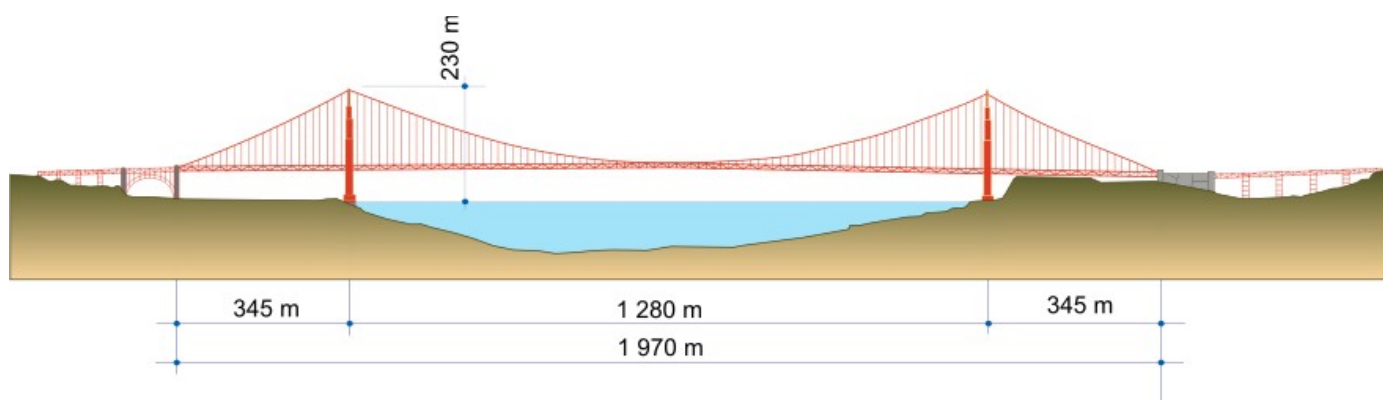
La parabole soutenant le tablier principal fait subir des poussées horizontales exercées sur les piles. Ces forces sont équilibrées par les deux demi-paraboles fixées et réglées en conséquence sur les rives. D'où la nécessité, comme pour les barrages, d'une étude solide de la structure géologique des berges.

Le Golden Gate Bridge

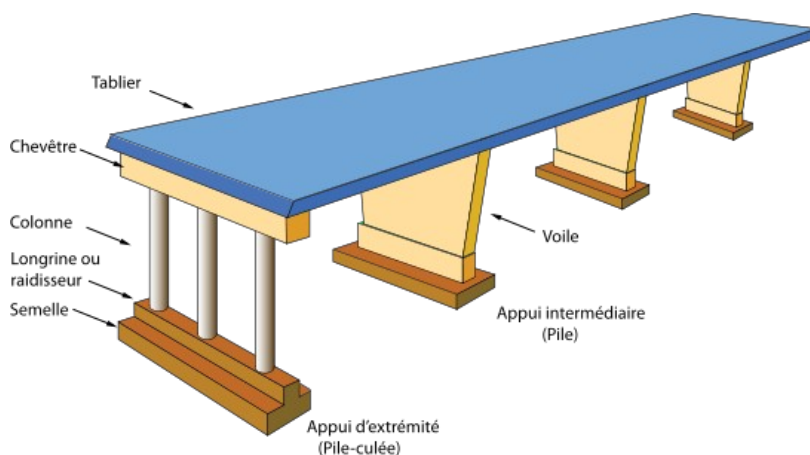
Le pont du Golden Gate, en anglais *Golden Gate Bridge* (littéralement le « pont de la porte d'or ») est un pont suspendu de Californie qui traverse le Golden Gate, détroit reliant la baie de San Francisco à l'océan Pacifique. Il connecte ainsi la ville de San Francisco à la ville de Sausalito.

Sa construction, qui s'est heurtée à de nombreuses difficultés, a débuté en 1933 et s'est étalée sur une durée de quatre ans, pour s'achever en 1937.

Le pont du Golden Gate a été jusqu'en 1964 le pont suspendu le plus long du monde⁵ et constitue aujourd'hui le monument le plus célèbre de San Francisco.



- 3 Le tablier d'un pont est une structure porteuse qui supporte les charges du trafic routier et les transmet aux appuis ou aux éléments de suspension (suspentes ou arcs).



- 4 Notion que l'on peut étudier en T°S, même si cela n'est pas au programme. Il faut pour cela savoir ce qu'est la fonction exponentielle, en déduire l'étude des fonctions cosinus et sinus hyperboliques... Voir l'excellent livre « Les maths au quotidien » (éd. Ellipses).
- 5 Il fut alors détrôné par le Pont Verrazano-Narrows de New-York (portée : 1298 m ; longueur 4176 m), qui était jusqu'au 1^{er} juillet 2016 le dixième pont ayant la plus grande portée dans le monde.

Une copie presque parfaite...

Un chantier de l'ampleur de celui du pont du Golden Gate présentait des dangers pour les ouvriers, contraints de travailler au-dessus du vide pour réaliser certaines parties de l'édifice.

En moyenne, à l'époque, un accident mortel était recensé pour chaque million de dollars dépensé sur un chantier de cette envergure. Mais pour l'ingénieur en chef du pont, Joseph Strauss, les quelque vingt millions de dollars dépensés pour la construction ne devaient pas être synonymes de vingt morts parmi ses employés. Des centaines de milliers de dollars furent ainsi investis pour assurer la sécurité des ouvriers, en premier lieu celle des charpentiers métalliques, qui prenaient tous les risques sur les chantiers.

Dès le début du chantier, Strauss imposa le port du casque et d'un câble de sécurité à tous ses employés.

Le fait de boire ou de se lancer volontairement dans des « cascades » était un motif de renvoi.

Strauss imagina même des protections contre le soleil pour ses employés, ainsi qu'un remède à base de chou, pour lutter contre la gueule de bois, étant donné que ses ouvriers étaient aussi actifs au travail qu'après...

Cependant, les innovations les plus marquantes dans le domaine de la sécurité arrivèrent plus tard.

En 1936, alors que les premiers retards ralentissaient le chantier, Strauss décida d'investir 130 000 \$ dans un élément de sécurité à toute épreuve : un immense filet de sécurité, semblable à celui utilisé dans les cirques, qui pourrait recevoir à la fois les ouvriers maladroits ou malchanceux, et d'éventuels objets qui seraient tombés pendant la construction.

Le filet était placé en suspension sous la travée en construction, à plusieurs dizaines de mètres au-dessus de l'eau. Cet élément nouveau dans la construction eut un impact très positif, et justifia amplement les coûts consentis pour son acquisition : non seulement il sauva la vie de dix-neuf personnes (qui créèrent même un club baptisé Halfway-to-hell c'est-à-dire « À mi-chemin de l'enfer ») mais il eut également un effet très positif sur la confiance des ouvriers, et la vitesse d'avancement des travaux, à tel point que les chefs de chantier menacèrent de renvoyer les employés qui se jetaient dans le filet pour s'amuser.

Le pari de Strauss semblait donc fonctionner mais...

Jusqu'en 1936, un seul accident avait entraîné la mort d'un ouvrier.

Cependant, le 16 février 1937, un terrible accident eut lieu, et remit en question l'infailibilité du filet.

Alors qu'une équipe de onze hommes était en train de travailler sur une plate-forme à proximité de la tour nord, une partie de cette dernière s'écroula sur le filet, où deux autres ouvriers étaient occupés à ramasser des débris. La structure de cinq tonnes fut retenue dans le filet mais, confronté à un tel poids, ce dernier finit par rompre, dans un vacarme similaire à des tirs de mitrailleuse.

Un des ouvriers, Tom Casey était parvenu à se raccrocher à une poutre avant d'être secouru, mais ses onze camarades tombèrent à pic dans les eaux glaciales du Golden Gate.

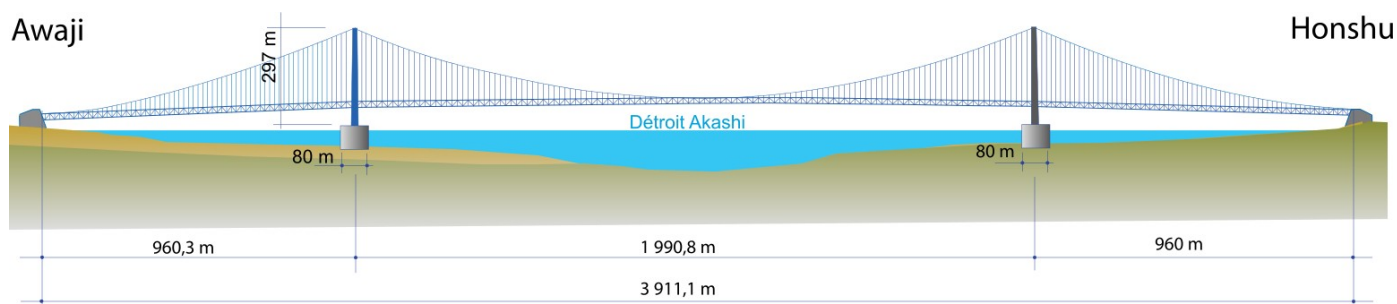
Un seul d'entre eux survécut, Slim Lambert, le contremaître de l'équipe. Celui-ci, alors âgé de vingt-six ans, parvint à s'extirper du filet sous l'eau et s'en sortit avec des côtes, des vertèbres ainsi que le cou blessés. Les dix autres employés moururent, soit des suites du choc, soit par noyade, mettant ainsi fin à la copie, jusque là parfaite, de Joseph Strauss.



Le pont du détroit d'Akashi



Le pont suspendu ayant la plus grande portée actuellement : 1991 mètres.



Il est situé au Japon, et franchit la mer intérieure de Seto pour relier Kobe, sur l'île principale de Honshū, à la ville de Awaji, sur l'île de même nom. C'est le dernier élément d'un réseau qui relie les quatre îles principales du Japon (Honshu, Hokkaido, Kyūshū et Shikoku).

La construction du pont commença en mai 1988. Il fut ouvert à la circulation le 5 avril 1998.

Le détroit d'Akashi est une voie maritime internationale, empruntée par plus de 1 400 navires par jour : la largeur minimale de cette voie devait être de 1 500 mètres. Le pont a ainsi une portée centrale de 1 991 mètres et deux portées latérales de 960 mètres, pour une longueur totale de 3 911 mètres. La portée centrale devait initialement mesurer 1 990 mètres : elle fut étirée d'un mètre à la suite du tremblement de terre de Kōbe, le 17 janvier 1995, dont l'épicentre était situé entre les deux piles du pont.

Le pont supporte trois voies de circulation dans chaque sens.

La conception du pont doit lui permettre de résister à des vents de 80 m/s (près de 290 km/h), à des séismes d'une magnitude de 8,5 sur l'échelle de Richter ainsi qu'à des courants marins de 4,5 m/s.

Arche de pont



Le viaduc de Garabit est un viaduc ferroviaire français permettant le franchissement des gorges de la Truyère, dans le Cantal (région Auvergne-Rhône-Alpes).

Il fut construit entre 1880 et 1884 (mise en service en 1888) par Gustave Eiffel et sa société, à partir des plans de l'ingénieur Léon Boyer. Cet ambitieux ouvrage métallique, long de 565 m, qui culmine à 122 m au-dessus de la rivière, était alors le « plus haut viaduc du monde ».

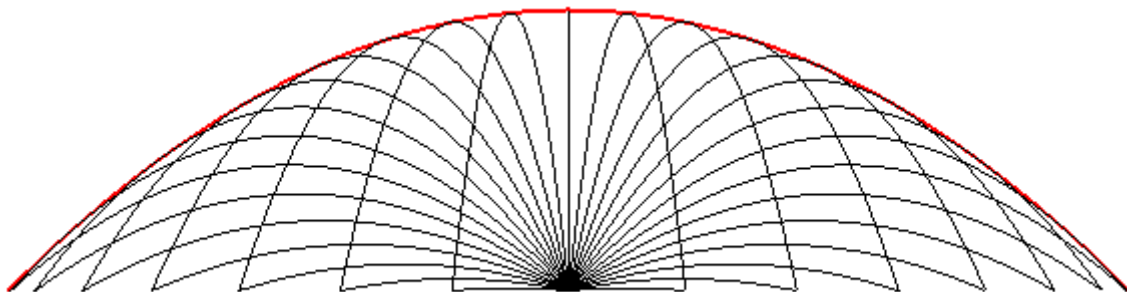
L'arche est un arc de parabole chevauchant la rivière et sa flèche, hauteur de l'arc à compter des piles, est de 57 m, la distance entre piles étant de 165 m.

Une telle structure parabolique assure une grande résistance au fléchissement.

Balistique : parabole de sûreté

En balistique, la trajectoire d'un projectile lancé est une parabole.

Les artilleurs parlent de « parabole de sûreté » pour désigner la grande parabole qui est tangente à toutes les trajectoires possibles :



Cette parabole de sûreté est donc la courbe enveloppe de toutes les trajectoires paraboliques possibles d'un corps lancé depuis un point donné avec une vitesse donnée. Nul point en dehors de cette courbe ne peut être atteint par un projectile ayant cette vitesse initiale : la zone est « sûre », d'où le nom de la courbe.