

INTERVALLE(S) DE CONFIANCE : EXERCICES

Exercice 1 *Faire du cinéma ou faire de la politique*

Dans une grande ville, un nouveau cinéma va être construit.
La municipalité propose un terrain à proximité du centre ancien.

1. Un premier sondage est effectué auprès de 100 personnes choisies de façon aléatoire et indique 53 avis favorables. Peut-on dire que la majorité de la population est favorable à cet emplacement.
2. Un deuxième sondage effectué après de 500 personnes indique la même proportion d'avis favorables. La conclusion est-elle différente ?
3. Si un sondage effectué auprès de n personnes indique la même proportion d'avis favorables, à partir de quelle valeur de n peut-on estimer, au niveau de confiance de 95 %, que la majorité de la population est favorable à cet emplacement ?

Exercice 2 *Des résultats qui ne doivent rien au hasard*

Lors d'une épreuve de mathématiques d'un examen national bien connu (\odot), on corrige un échantillon de copies afin de décider du barème final pour qu'au moins 90 % des notes soient supérieures à 10.
On note p le pourcentage de copies ayant plus de 10.

1. Sur un échantillon de 45 copies, 25 ont plus de 10.
Donner l'intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95.
Pourquoi le jury décide-t-il de modifier le barème ?
2. Avec le nouveau barème, sur un échantillon de 36 copies, 25 ont plus de 10.
Le jury doit-il accepter ce nouveau barème ?
3. Quelle aurait dû être la taille de l'échantillon pour que l'intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95 ait un amplitude d'au plus 0,2 ?

Exercice 3 *Au coude-à-coude*

Peu avant une élection nationale qu'on prévoit serrée entre plusieurs candidats, un institut de sondage est chargé de déterminer, pour chaque candidat, des fourchettes à 95 % de confiance ayant une amplitude maximale de 1 %.

Déterminer une taille d'échantillon suffisant pour obtenir une estimation aussi précise des intentions de vote.

Exercice 4 *Satisfait ou remboursé*

Une association de consommateurs décide d'estimer la proportion de personnes satisfaites par l'utilisation d'une crème fraîche. Elle réalise un sondage parmi les personnes utilisant ce produit.
Sur 140 personnes interrogées, 99 se déclarent satisfaites.

Estimer, par un intervalle de confiance, la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de la crème.

E x e r c i c e 5 *G e r m e r o u n e p a s g e r m e r . . .*

Un maraîcher achète un lot de semences de tomates pour produire ses plants de tomate.

Il lui reste des semences de l'année passée, dont il doit contrôler le taux de germination pour pouvoir les utiliser avec les autres. En effet, des taux de germination trop différents provoquent des trous dans les plates bandes de production, ce qui génère un coût de manutention plus élevé (il faut enlever les pots non germés avant de les conditionner).

Il faut donc comparer les taux de germination des semences des deux années.

Une stratégie consiste à calculer et à comparer les intervalles de confiance des taux de germination (qui sont des proportions) des plants de l'année et de l'année précédente.

Si les deux intervalles ne se recoupent pas, on peut conclure à une différence de taux de germination entre les semences des deux origines¹⁶. Il faudra alors les semer séparément.

Pour faire cette comparaison, le maraîcher prélève, aléatoirement dans les semences de l'année, un échantillon de 200 graines qu'il met à germer. Il constate que 185 graines germent.

Il prélève ensuite, aléatoirement dans les semences de l'année précédente, un échantillon de 200 graines qu'il met à germer. Il constate que 150 graines germent.

1. Déterminer un intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95%, du taux de germination p_a du lot de semences de l'année.
2. Déterminer (par la même méthode qu'à la question précédente) un intervalle de confiance au niveau 95 %, du taux de germination p_b du lot de semences de l'année précédente.
3. Conclure.

E x e r c i c e 6 *N e t i r e r a u c u n e c o n c l u s i o n*

Julie et Johan jouent aux fléchettes.

Sur 120 lancers, Johan a atteint la cible 37 fois, alors que Julie a réussi 320 de ses 1 002 lancers.

Julie fanfaronne : « je suis à coup sûr un meilleur tireur que toi ! ».

Que peut-on en penser ?

E x e r c i c e 7 *A u t o m a t i q u e m e n t s a t i s f a i t*

D'après Bac ES, France métropolitaine/La Réunion 2017

Sur la devanture de son magasin, le gérant d'un supermarché affiche :

Plus de 90 % des clients de notre magasin sont satisfaits par la mise en place de nos caisses automatiques.

Une association de consommateurs souhaite examiner cette affirmation.

Pour cela, elle réalise un sondage : 860 clients sont interrogés, et 763 d'entre eux se disent satisfaits par la mise en place de ces caisses automatiques.

Cela remet-il en question l'affirmation du gérant ?

E x e r c i c e 8 *Q C M*

D'après Bac ES, Asie 2015

Dans une ville donnée, pour estimer le pourcentage de personnes ayant une voiture rouge, on effectue un sondage. L'amplitude de l'intervalle de confiance au seuil de 0,95 étant inférieure ou égale à 0,04 la taille de l'échantillon choisi est :

- a) 400 b) 1 000 c) 2 000 d) 2 500

Exercice 9

Monsanto

D'après Bac ES, Polynésie 2015

Sur une exploitation agricole, une maladie rend la conservation de fruits difficile. Un organisme de recherche en agronomie teste un traitement sur un champ : sur une partie du champ, les fruits sont traités, sur l'autre, non.

On considère que le nombre de fruits récoltés est extrêmement grand et que la maladie touche les fruits de manière aléatoire.

On prélève au hasard 100 fruits sur la partie du champ traité et 100 fruits sur l'autre partie du champ.

On constate que : - sur l'échantillon des 100 fruits traités, 18 sont abîmés ;
- sur l'échantillon des 100 fruits non traités, 32 sont abîmés.

- Déterminer un intervalle de confiance de la proportion de fruits abîmés par la maladie au niveau de confiance de 95 % :
 - pour la partie du champ traitée ;
 - pour la partie du champ non traitée.
- Au vu des intervalles obtenus à la question 1, peut-on considérer que le traitement est efficace ?

Exercice 10

À la source

D'après Bac ES, Antilles Guyane 2014

Un producteur de légumes souhaite s'implanter dans une commune et livrer directement chez le consommateur des paniers de 5 kg de légumes variés labellisés « bio ».

Avant de se lancer, le producteur fait réaliser un sondage auprès de 2 500 foyers de la commune : 80 foyers se déclarent intéressés par l'achat d'un panier par mois.

- Déterminer l'intervalle de confiance au niveau de confiance de 95 % de la proportion de foyers de la commune susceptibles de passer commande d'un panier mensuel.
- Quelle aurait dû être la taille de l'échantillon pour obtenir un intervalle de confiance d'amplitude 0,02 ?
- La commune compte 15 000 foyers. La condition pour démarrer l'entreprise est de réaliser une recette minimale de 3 500 euros par mois. Sachant que les paniers seront vendus 20 euros l'un, le producteur peut-il envisager de se lancer ? Justifier la réponse.

Exercice 11

Noir c'est noir

D'après Bac ES, Centres étrangers 2014

L'entreprise Printfactory fabrique, en grande quantité, des cartouches d'encre noire pour imprimante.

1. Elle a amélioré son procédé industriel et déclare que 80 % des cartouches produites ont une durée de vie supérieure à 250 pages.

Un contrôleur désigné par l'entreprise effectue un test en prélevant de façon aléatoire un échantillon de cartouches dans la production : dans un échantillon de taille 1 000, le contrôleur a obtenu 240 cartouches vides d'encre avant l'impression de 250 pages.

Le contrôleur doit-il valider la déclaration de l'entreprise ?

2. L'entreprise souhaite connaître l'opinion de ses 10 000 clients quant à la qualité d'impression de ses cartouches. Pour cela, elle souhaite obtenir, à partir d'un échantillon aléatoire, une estimation de la proportion de clients satisfaits au niveau 0,95 avec un intervalle de confiance d'amplitude inférieure ou égale à 4 %.

L'entreprise doit-elle interroger au moins un quart de ses clients ?