

# INTERVALLE(S) DE FLUCTUATION « DE SECONDE » ET « DE TERMINALE » EN 3D

Depuis la classe de Troisième, vous avez défini ce qu'est la courbe représentative d'une fonction.

A tout  $x$  de l'ensemble de définition d'une fonction  $f$ , on associe une valeur notée  $y_x$ , et cela nous donne un ensemble de points  $(x; y_x)$  que l'on appelle la courbe représentative de  $f$ .

Avec les intervalles de fluctuation de Seconde et de Terminale, on peut chercher à représenter dans l'espace une fonction qui à tout entier naturel non nul  $n$  et à tout réel  $p$  appartenant à  $[0; 1]$  associe la probabilité que  $F_n$  appartienne à  $I_n$  (intervalle de Terminale) ou  $J_n$  (intervalle de Seconde).

Avec le logiciel *Maple*, on peut représenter de telles fonction à deux variables, avec des commandes de ce type :

```
plot3d( [ evalf( sum( binomial(n, i) * (p)^i * (1-p)^(n-i),
                i = ceil(n*p - sqrt(n)) .. floor(n*p + sqrt(n)) ),
          0.95 ], n = 30 .. 600, p = 0.2 .. 0.5, labels = [n, p, z], grid = [571,
61], shading = [zhue, z], lightmodel = light3, symbol = cross,
axes = normal, linestyle = spacedot, style = [point, surface],
transparency = [0, 0.3], symbolsize = 4 );
```

*Remarque importante.* Si  $X_1 \sim \mathcal{B}(n; p)$  et  $X_2 \sim \mathcal{B}(n; 1-p)$ , alors grâce à la formule de Première  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ , on peut montrer (par exemple par récurrence sur  $n$ ) que :

$$p(a \leq X_1 \leq b) = p(n-b \leq X_2 \leq n-a).$$

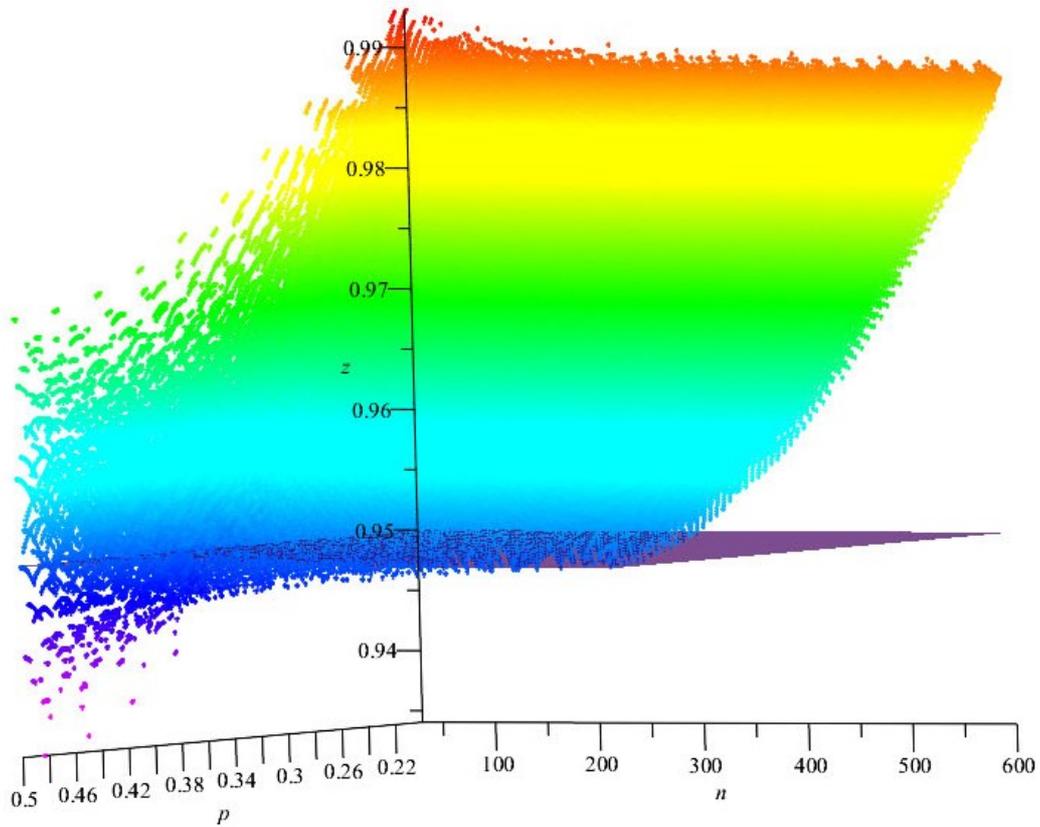
*Rappel :*  $p(a \leq X_1 \leq b) = \sum_{k=a}^b \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$  et  $p(n-b \leq X_2 \leq n-a) = \sum_{k=n-b}^{n-a} \binom{n}{k} (1-p)^k (p)^{n-k}$ .

On déduit de cela que les probabilités d'être dans l'intervalle de fluctuation  $I_n$  (ou  $J_n$ ) est la même si on remplace  $p$  par  $(1-p)$ . Autrement dit, la courbe que l'on souhaite tracer est symétrique par rapport au plan  $y=0,5$ .

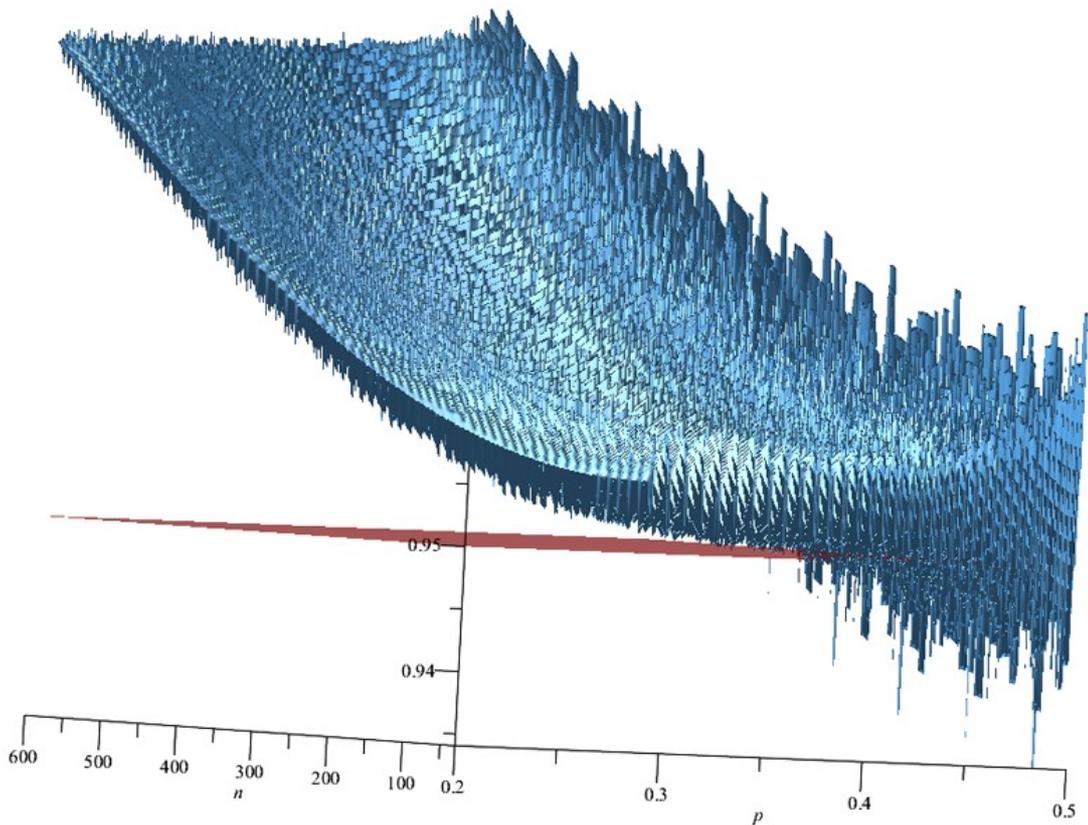
**On peut donc se contenter d'observer ces courbes avec  $p$  qui varie sur  $[0; 0,5]$ .**

# INTERVALLE DE SECONDE

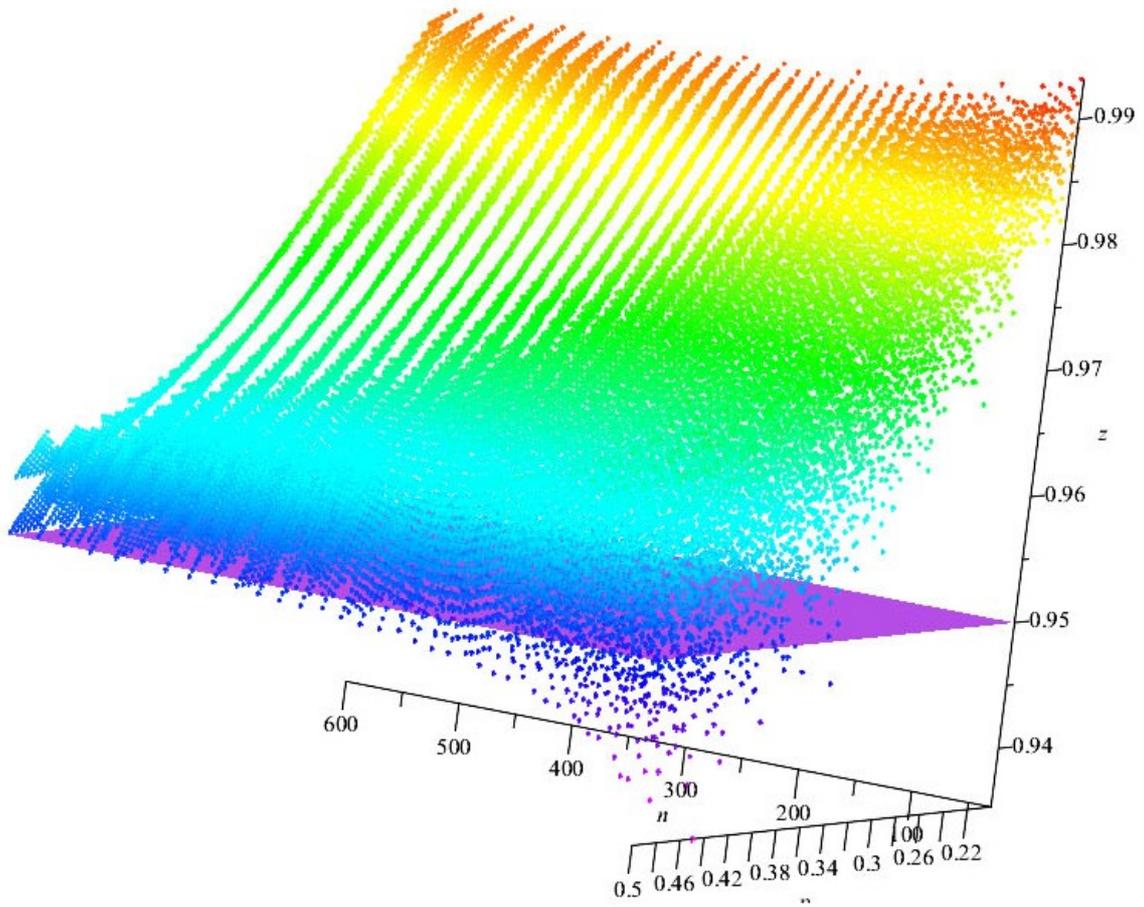
Avec  $p$  variant de 0,2 à 0,5 (avec un pas de 0,001) et  $n$  variant de 30 à 600 :



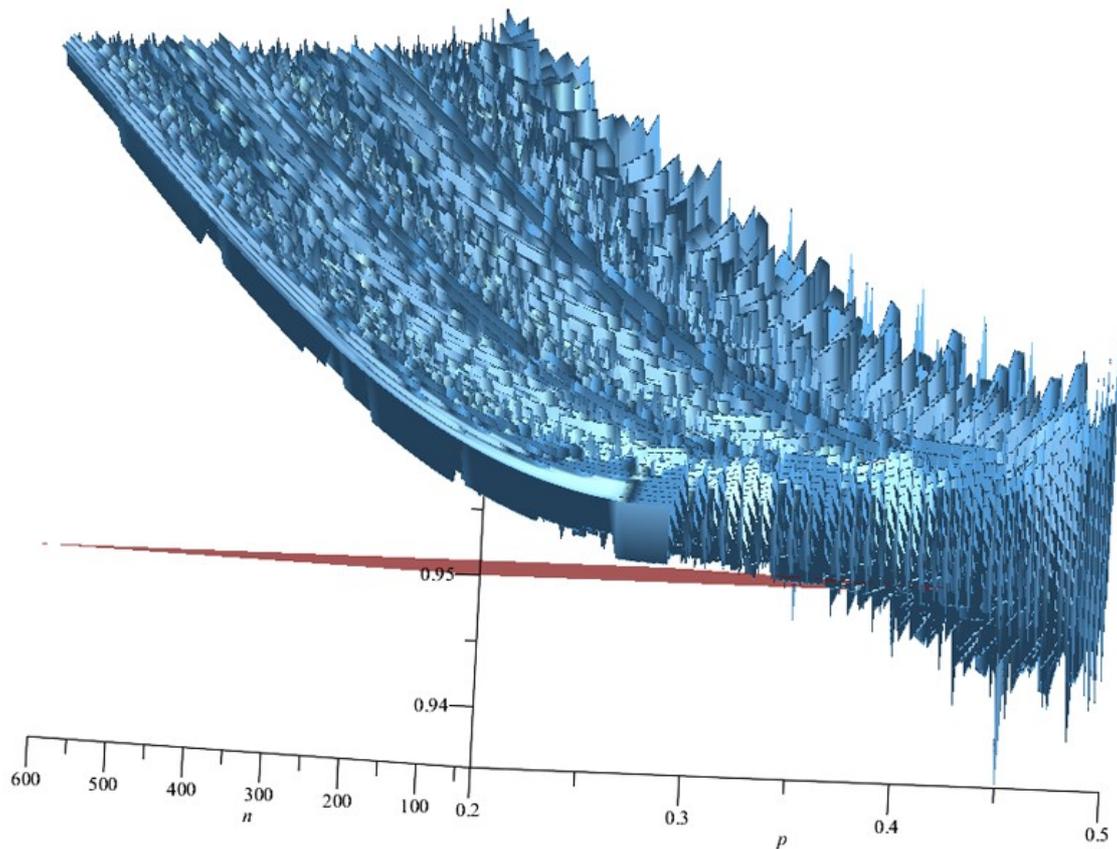
Et en reliant les points pour former des polygones et créer une surface :



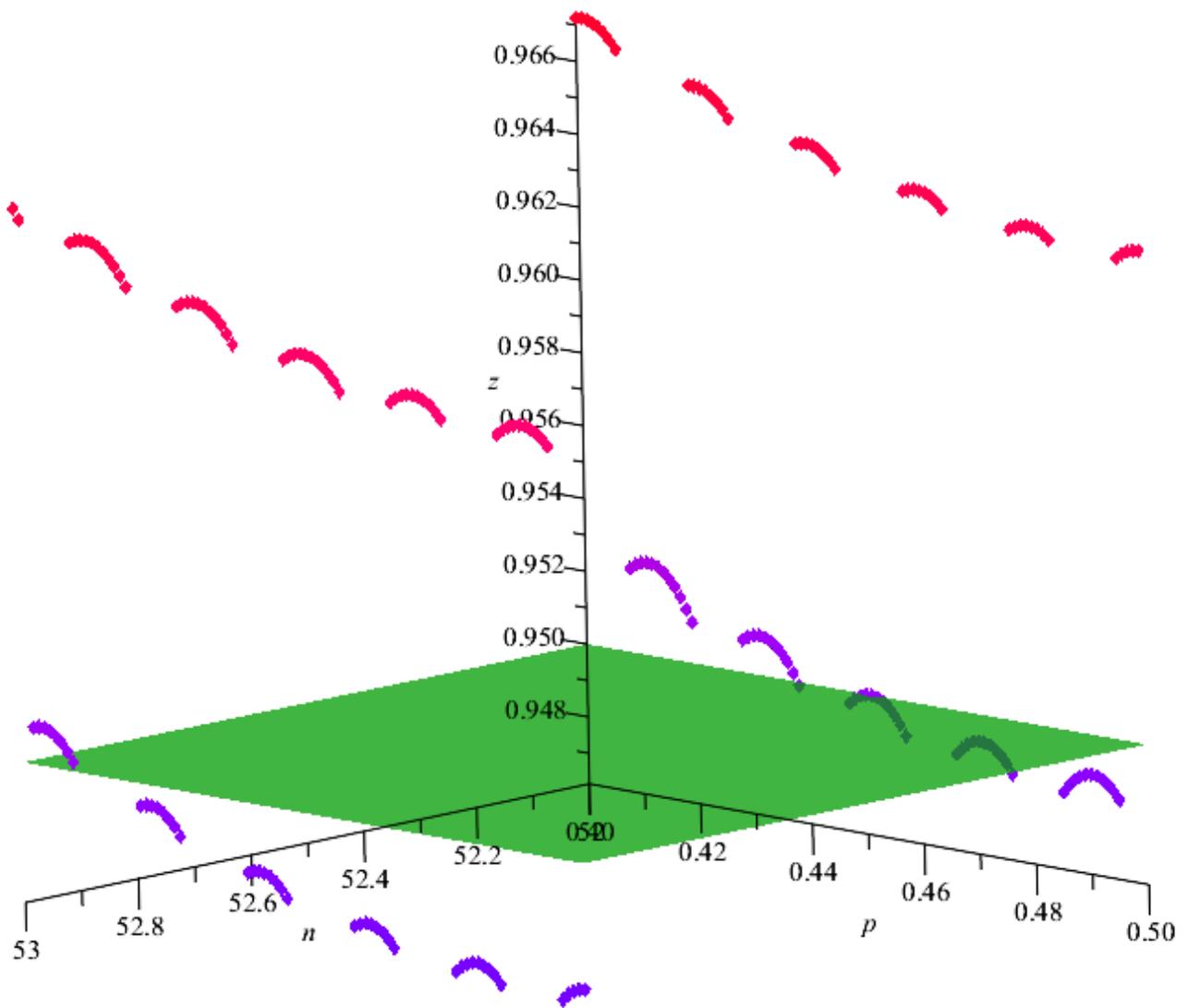
Avec  $p$  variant de 0,2 à 0,5 (avec un pas de 0,005) et  $n$  variant de 30 à 600 :



Et en reliant les points pour former des polygones et créer une surface :

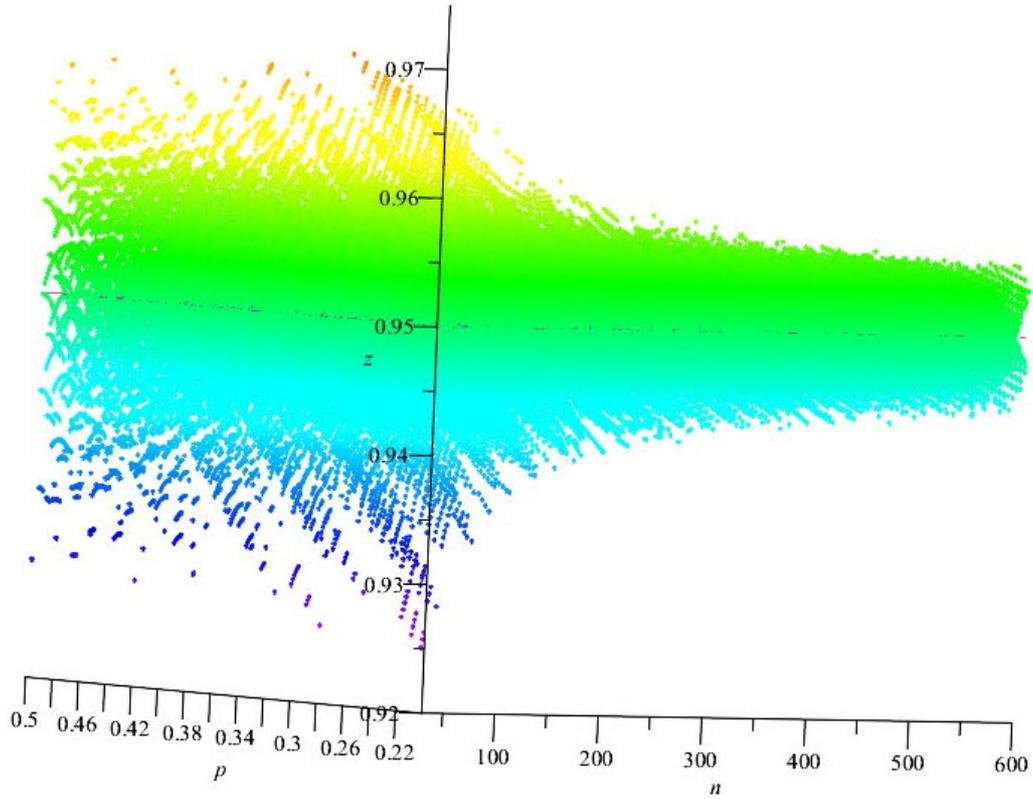


Pour terminer, voici l'intervalle de Seconde pour  $n=52$  et  $n=53$ , avec  $p$  variant de 0,4 à 0,5 (avec un pas de 0,001) :

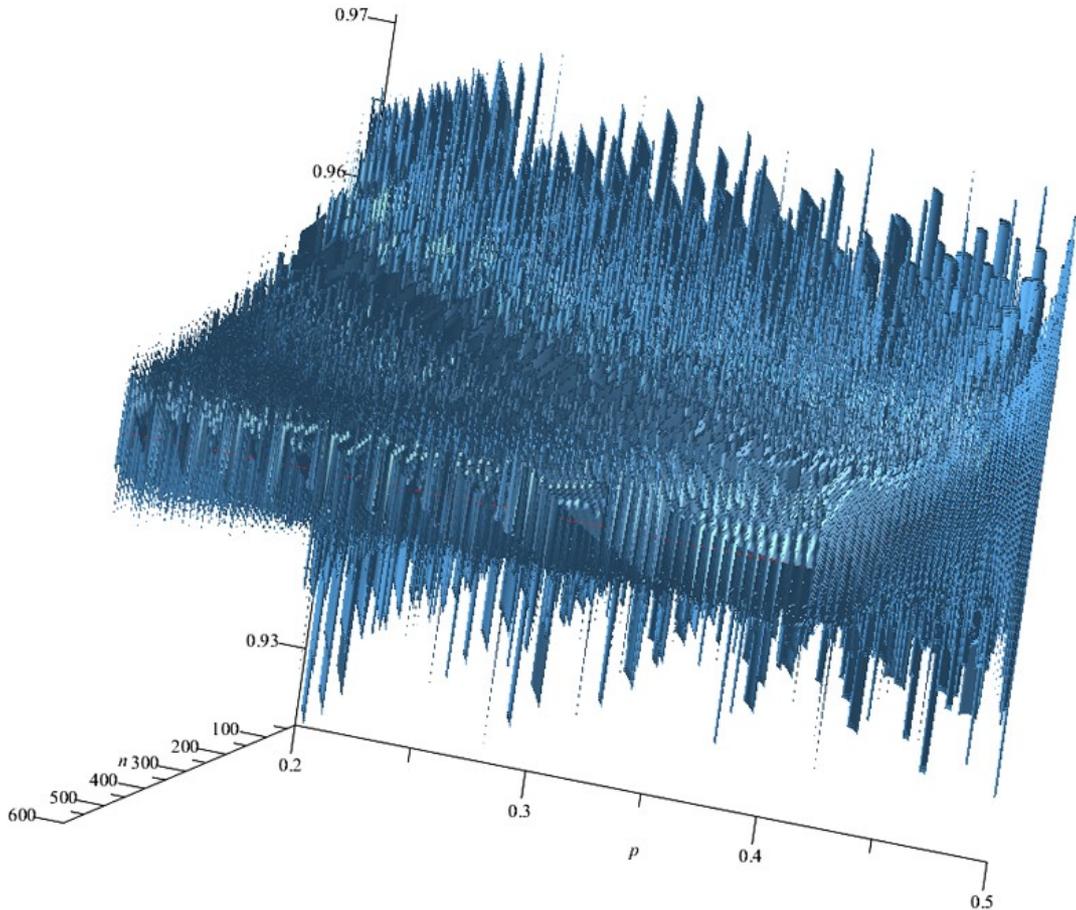


Intéressant de voir comment les probabilités croissent puis décroissent en étant supérieure à 0,95, pour ensuite (soudainement !) être inférieure à 0,95, en croissant puis décroissant, etc.

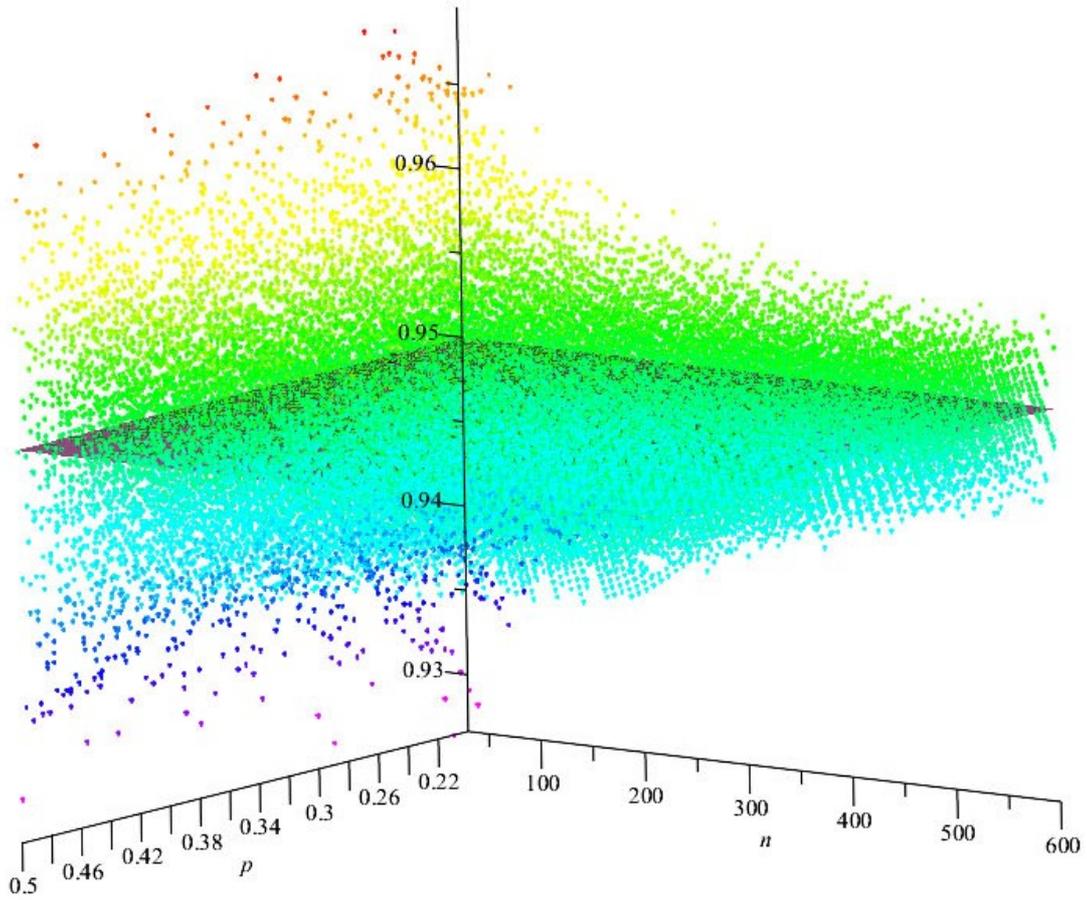
Avec  $p$  variant de 0,2 à 0,5 (avec un pas de 0,001) et  $n$  variant de 30 à 600 :



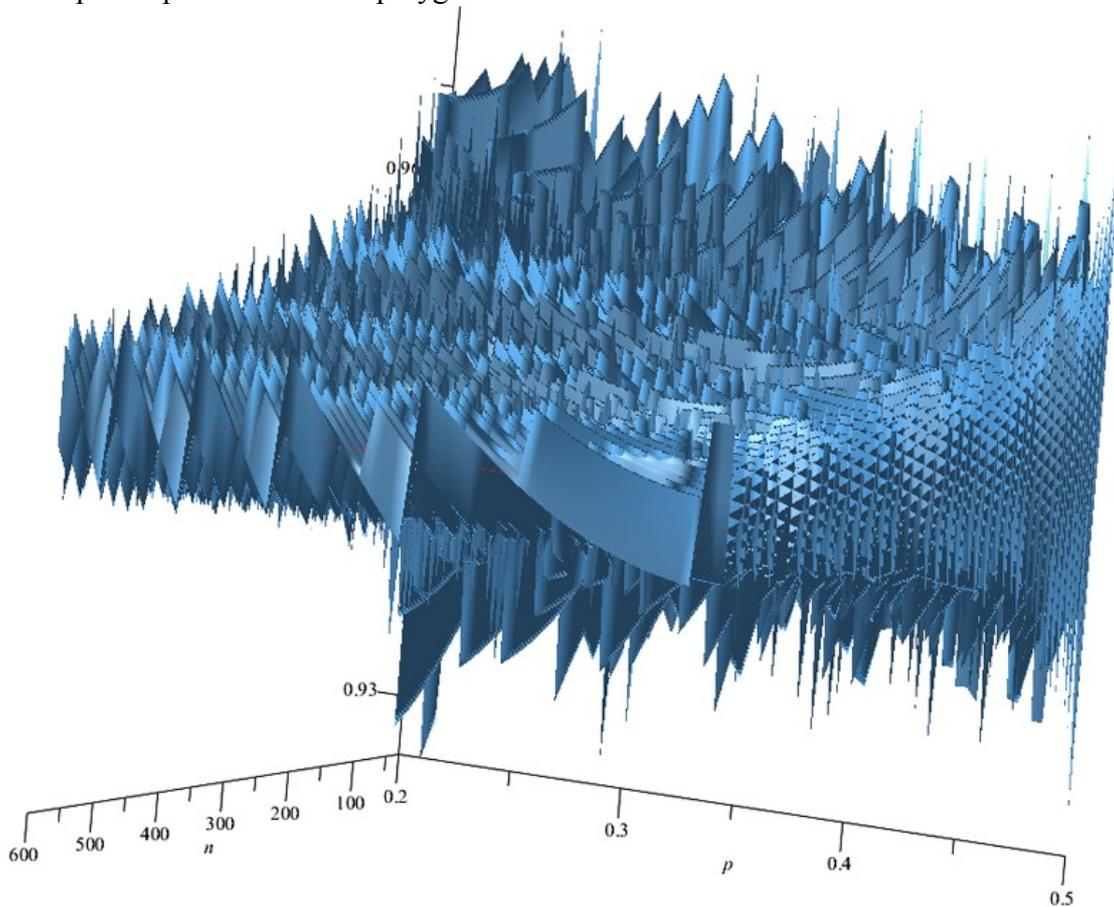
Et en reliant les points pour former des polygones et créer une surface :



Avec  $p$  variant de 0,2 à 0,5 (avec un pas de 0,005) et  $n$  variant de 30 à 600 :



Et en reliant les points pour former des polygones et créer une surface :



Pour terminer, voici l'intervalle de Terminale pour  $n=52$  et  $n=53$ , avec  $p$  variant de 0,4 à 0,5 (avec un pas de 0,001) :

