INTERVALLE(S) DE FLUCTUATION « DE LA CLASSE DE PREMIÈRE » & ALGORITHMES

L'algorithme utilisé pour obtenir l'intervalle de fluctuation au seuil 0,95 pour la fréquence associée à une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n\,;p)$ peut s'écrire ainsi :

Entrer *n* et *p*
a:=0
b:=0
Tant que $p(X< a)< 0{,}025$:
    | Ajouter 1 à la variable *a*
Tant que $p(X< b)< 0{,}975$:
    | Ajouter 1 à la variable *b*
Afficher *a* et *b*

On peut améliorer un peu cet algorithme en remarquant que $b \geqslant a$: il n'est donc pas judicieux d'initialiser b à la valeur 0 car beaucoup de calculs inutiles sont effectués, et ces calculs prennent du temps, notamment sur la calculatrice.

On modifiera donc l'algorithme comme suit :

Entrer *n* et *p*
a:=0
Tant que $p(X< a)< 0{,}025$:
    | Ajouter 1 à *a*
b:=*a*
Tant que $p(X< b)< 0{,}975$:
    | Ajouter 1 à *b*
Afficher *a* et *b*

Il est possible de programmer cet algorithme dans la calculatrice, cependant le temps de calcul est plutôt long. On peut accélérer le programme en réfléchissant un peu plus à notre algorithme.

A chaque fois que l'on demande le calcul de $p(X<k)$, la calculatrice calcule $p(X=0)$, $p(X=1)$, $p(X=2)$, … , $p(X=k-1)$ et additionne toutes ces probabilités.
Elle recalcule donc beaucoup de fois les mêmes probabilités : c'est inutile. Il est préférable de conserver la somme précédente et d'utiliser le fait que : $p(X<k+1)=p(X<k)+p(X=k)$.

↪

La troisième version de l'algorithme sera donc (s est la variable contenant $\mathrm{p}(X<k)$) :

Entrer n et p
a:=0
s:= $(1-p)^n$
Tant que $s<0{,}025$:
    | Ajouter 1 à a
    | Ajouter $p(X=a)$ à s
b:=a
Tant que $s<0{,}975$:
    | Ajouter 1 à b
    | Ajouter $p(X=b)$ à s
Afficher a et b

Remarque : $(1-p)^n$ correspond à $p(X=0)$