LOIS NORMALES : CORRECTION DE CONTINUITÉ

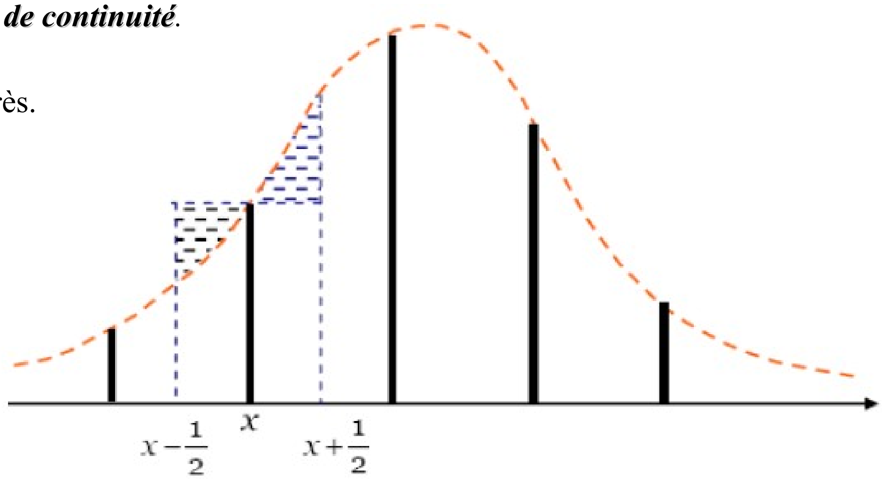
Partie 1 : calculer une valeur isolée qu'on ne peut calculer

Soit X une v.a.r. qui suit une loi normale d'espérance 70 et d'écart-type 8,07.

1. Quelle est la valeur de $p(Z=60)$?

2. Si on souhaite avoir une valeur plus cohérente de la probabilité d'obtenir 60, on peut remplacer la probabilité $p(Z=60)$ par celle d'un intervalle d'amplitude 1 autour de 60 : $p(59{,}5 \leqslant Z \leqslant 60{,}5)$.
Cette opération s'appelle ***la correction de continuité****.*

Calculer $p(59{,}5 \leqslant Z \leqslant 60{,}5)$ à 10^{-6} près.



Partie 2 : valider la correction de continuité

Si $X \sim \mathcal{B}(n;p)$ et que n est suffisamment grand, on peut approcher X par la loi normale $\mathcal{N}(\mu;\sigma^2)$ où $\mu = n\,p$ (c'est espérance de X) et $\sigma = \sqrt{n\,p(1-p)}$ (c'est l'écart-type de X).

Afin de vérifier si la correction de continuité donne de bons résultats, testons-la sur des exemples.

Soit X une v.a.r. qui suit une loi binomiale de paramètres 255 et 0,02, et Z la loi normale correspondante.

1. Déterminer les paramètres de la loi Z.

2. a) Calculer $p(X=4)$.

b) Calculer $p(3{,}5 \leqslant Z \leqslant 4{,}5)$.

3. a) Calculer $p(4 \leqslant X \leqslant 8)$.

b) Calculer $p(4 \leqslant Z \leqslant 8)$ et $p(3{,}5 \leqslant Z \leqslant 8{,}5)$. Comparer.

Partie 3 : un test encore plus probant

On lance 50 fois une pièce équilibrée. On note X la v.a.r. comptant le nombre de piles obtenus.

1. X suit quelle loi de probabilité ?

2. Calculer $p(24 \leqslant X \leqslant 26)$.

3. a) En utilisant une loi normale, approcher $p(24 \leqslant X \leqslant 26)$.

b) En utilisant la loi normale corrigée par continuité, approcher $p(24 \leqslant X \leqslant 26)$.