Nom :	**Prénom** :	**Classe** : 2^{nde} …

Jeudi 30 mars 2017

DEVOIR SURVEILLE de MATHEMATIQUES n°5

Durée : **1 h 50 minutes**. **Calculatrice autorisée**.

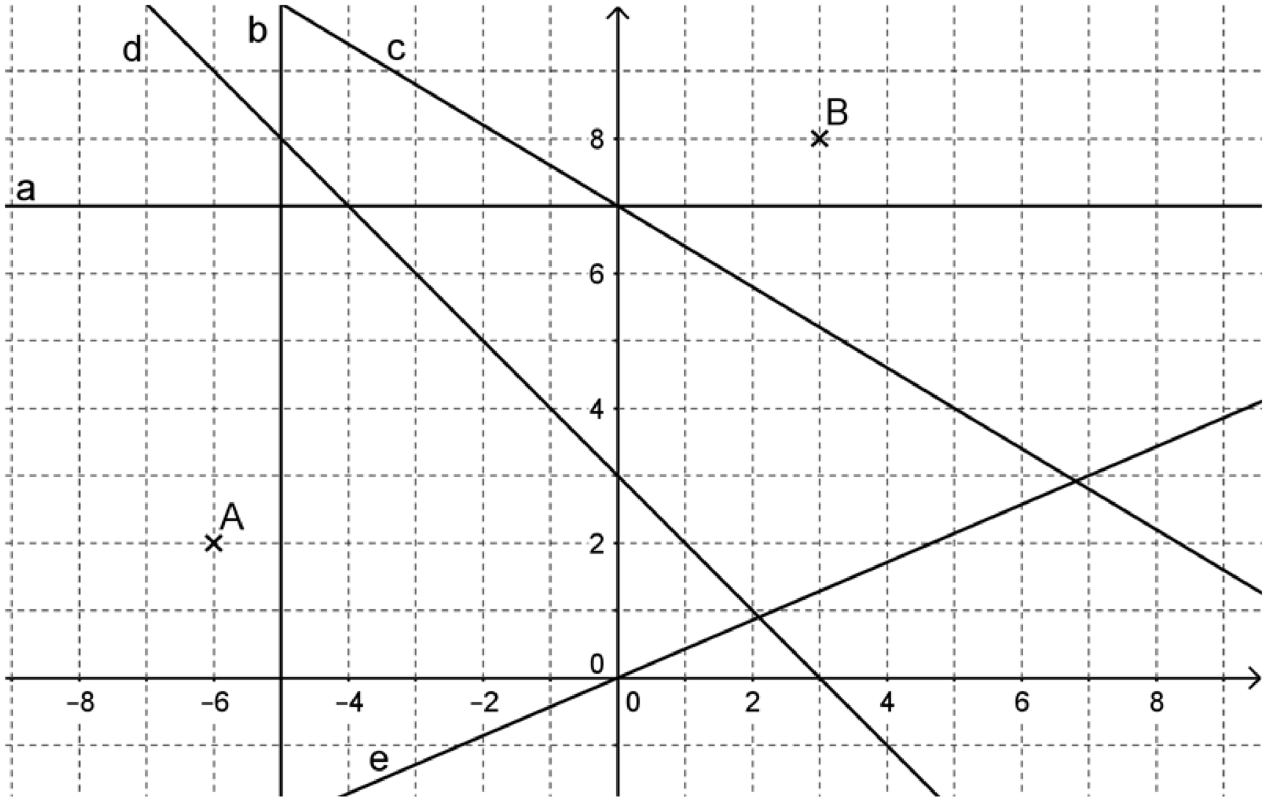
Un barème (sur 32) est mentionné à titre indicatif.
Pour information, 1 point sur 32 correspond à environ à 0,6 point sur 20.

La propreté de la copie, la clarté du raisonnement et la qualité
de la rédaction interviendront dans l'appréciation de la copie.

SUJET À RENDRE AVEC VOTRE FEUILLE

Exercice 1 [.......... / **5** *(2,5 + 2,5)*] *environ 15 min*

1. Donner, sans justifier, l'équation de chaque droite ($y=ax+b$ ou $x=a$) du graphique ci-dessous :



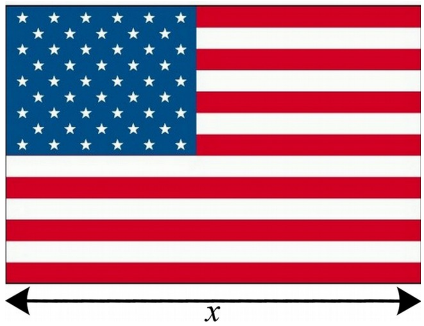
a : .... c : .... e : ....

b : .... d : ....

2. Déterminer, par le calcul, l'équation de la droite (AB) où $A(-6;2)$ et $B(3;8)$.

→

Exercice 2 [........... / ***12*** *((1 + 1) + 1 + (1,5 + 1) + (2 + 2,5 + 1 + 1))*] *environ 40 min*



Brian est un passionné de drapeaux et de peinture.
Un américain, John Ottripa, le contacte pour peindre sur le sol de son immense salon l'étendard américain : il voudrait que le drapeau soit peint sur une surface de 225 m^2, et entourer ce rectangle avec un fil d'or.

<u>*Objectif n°1*</u> : on va déterminer les dimensions du drapeau (rectangulaire) pour que le fil d'or qui l'entourera soit de longueur minimale (M. Ottripa souhaite minimiser les frais).

1. Comme sur le dessin ci-dessus, on note x la longueur (en mètre) du rectangle qui représente le drapeau.

a) Déterminer la deuxième dimension y (la largeur) en fonction de x .

b) Écrire le périmètre du rectangle (donc la longueur du fil d'or) en fonction de x seulement.

2. On note f la fonction qui à tout x de $]0;30]$ associe la longueur du fil d'or.
Pour la suite, on admet que : $f(x)=2x+\frac{450}{x}$.
Conjecturer graphiquement le minimum de la fonction f sur $]0;30]$ (expliquer votre démarche).

3. Par la suite, <u>on admet</u> que pour tout x de $]0;30]$: $f(x)-f(15)=\frac{2(x-15)^2}{x}$.

a) Démontrer que, pour tout x de $]0;30]$: $f(x)\geqslant f(15)$.

b) Que peut-on déduire du résultat précédent ? Conclure (voir *objectif n°1*).

4. Finalement, M. Ottripa a un budget conséquent (limité tout de même) et pourra acheter un fil d'or de 100 mètres maximum.

<u>*Objectif n°2*</u> : comme la solution précédente (minimiser les frais) ne lui convient pas (le drapeau devenant un carré, c'est peu esthétique), il souhaite savoir pour quelles valeurs de x le fil d'or aura une longueur inférieure ou égale à 100 m.

a) Montrer que pour tout réel x différent de 0 : $f(x)-100=\frac{2(x-45)(x-5)}{x}$.

b) Résoudre <u>sur $\mathbb{R}$</u> l'inéquation : $\frac{2(x-45)(x-5)}{x}\leqslant 0$.

c) Conclure (voir *objectif n°2*). *Rappel : attention, pour le problème l'intervalle de définition est* $]0;30]$.

d) On va maintenant aider Brian et M. Ottripa à faire un choix parmi tous les drapeaux dont le fil d'or sera inférieur ou égal à 100 m. Pour cela, on a complété le tableau suivant :

x	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
y	45	38	32	28	25	23	20	19	17	16	15	14	13	13	12	11	11	10	10	9	9	9	8	8	8	8

Pour que drapeau soit un rectangle et soit esthétique (qu'il ressemble à ceux de la Maison Blanche), on souhaite $x>y$ et surtout $x\approx 1,5y$ (afin que la longueur soir environ égale à 1,5 fois la largeur).

Selon vous, pour quelle(s) valeur(s) de x cette contrainte est-t-elle respectée ? Expliquer votre démarche.

Exercice 3 [........... / *6* *(3 + (1 + 1 + 1))*] *environ 15 min*

A la cafétéria, dans la vitrine des pâtisseries, on peut voir 36 gâteaux. On observe :

- 14 gâteaux sont à base de crème ;
- 13 gâteaux contiennent des fruits ;
- 13 gâteaux contiennent de la vanille ;
- 2 gâteaux contiennent de la vanille, des fruits et sont à base de crème ;
- 3 gâteaux contiennent des fruits et sont à base de crème ;
- 3 gâteaux contiennent uniquement des fruits et de la vanille ;
- 6 gâteaux ne contiennent que de la vanille.

Devant la difficulté du choix, on prend au hasard un gâteau.
Tous les gâteaux ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants : F : « le gâteau contient des fruits » ;
C : « le gâteau est à base de crème » ;
V : « le gâteau contient de la vanille ».

1. Représenter la situation par un diagramme de Venn (écrire les calculs effectués).

2. *Dans cette question, on donnera les résultats sous la forme de fractions irréductibles.*
Déterminer la probabilité des événements suivants *(justifier simplement par un calcul)* :
a) A : « le gâteau contient au moins l'un des trois ingrédients.»

b) B : « le gâteau est à base de crème et contient des fruits. » *(la vanille n'est pas exclue)*

c) C : « le gâteau ne contient pas de crème mais contient des fruits.»

Exercice 4 [........... / *4* *(1 + (1 + 1 + 1))*] *environ 10 min*

La fermeture de sécurité d'un cartable est assurée par la composition d'un code de trois chiffres obtenu en faisant tourner trois mollettes portant les lettres A, B et C.

1. Combien y a-t-il de codes possibles ? Justifier.

2. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

a) E : « le code composé est formé de 3 lettres identiques » ;

b) F : « le code est formé de trois lettres distinctes » (c'est-à-dire trois lettres toutes différentes) ;

c) G : « le code se termine par A ».

→

Exercice 5 [........... / **5**] *environ 10 min*

On donne le tableau de variation d'une fonction g définie sur l'intervalle $[-5;7]$:

x	-5		-1		2		7
g	-3	↗	2	↘	-4	↗	3

On sait aussi que : - l'équation $g(x)=0$ admet 3 solutions : -3 ; 0,5 ; 4.
- $g(0)=1$.

Pour chaque proposition, dire si elle vous semble vraie, fausse ou si on ne peut pas savoir (onpps).
Attention : une réponse fausse ***enlève des points*** *(barème* <u>*possible*</u> *: une réponse juste rapporte 0,5 point; une réponse fausse enlève 0,25 point) et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*
Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

$g(0)=0{,}5$	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps
$g(-4)$ est positif	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps
g est décroissante sur $[-4;-3]$	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps
$g(5)=2$	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps
g est négative sur $[0{,}5;4]$	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps
La courbe représentant la fonction g coupe l'axe des abscisses au point $(-3;0)$.	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps
$(0;-3) \in C_g$, où C_g est la courbe représentative de g	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps
L'équation $g(x)=-3{,}5$ admet exactement deux solutions.	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps
$g(-4)>g(3)$	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps
$g(-4)\leqslant g(-2)$	☐ vrai	☐ faux	☐ onpps