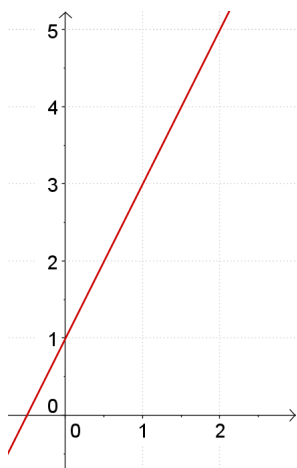
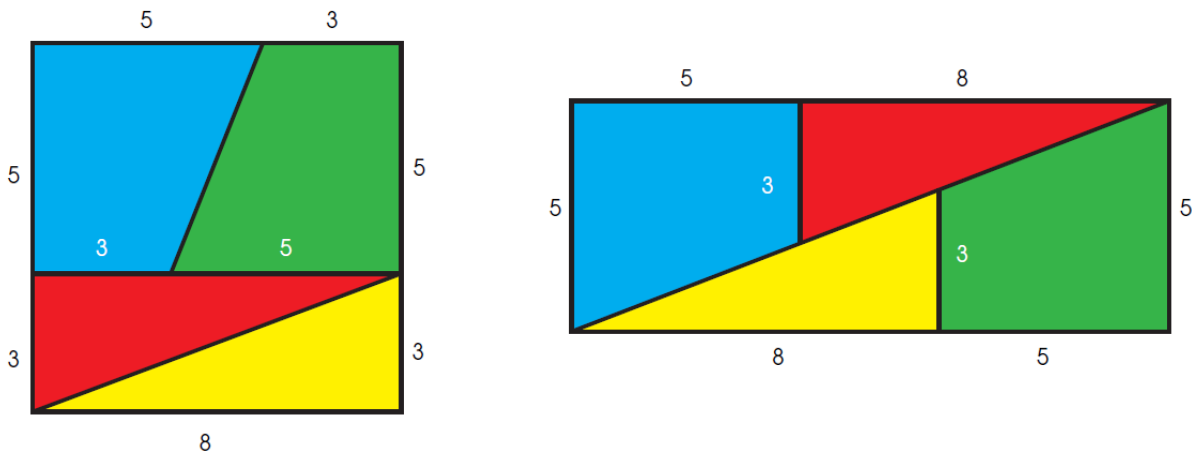


# DROITES

Le paradoxe dit de Lewis Carroll : avec les mêmes pièces de puzzle, il semble possible de construire un carré d'aire  $(3+5)^2=8^2=64$  et un rectangle d'aire  $5 \times (5+8)=5 \times 13=65 \dots$



Une **équation de droite**, au sens large, permet de décrire l'ensemble des points appartenant à cette droite.

Par exemple, on dit que  $y=2x+1$  est une équation de la droite ci-dessous (notée D). En effet, la fonction affine qui correspond à cette droite est  $f(x)=2x+1$ , par conséquent tout point de la forme  $(x; 2x+1)$  est un point de la droite D, et réciproquement tout point de D est de la forme  $(x; 2x+1) \dots$

**Propriété** : dans un repère, toute droite  $d$  a une équation soit de la forme  $y=ax+b$ , soit de la forme  $x=c$ .

DÉMONSTRATION : admise (voir page 258)

Une conséquence du chapitre sur les fonctions affines :

**Propriété** : soient  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  deux points tels que  $x_A \neq x_B$ .

Le coefficient directeur  $a$  de la droite (AB) est  $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ .

## I. Droites parallèles

**Propriété** : deux droites  $d$  et  $d'$  d'équations respectives  $y=ax+b$  et  $y=a'x+b'$  sont parallèles *si, et seulement si*, elles ont le même coefficient directeur (c'est-à-dire  $a=a'$ ).

DÉMONSTRATION : admise, mais voir page 258 pour ceux que ça intéresse (démonstration par contraposée) pour une partie du raisonnement...

**Exemples :**

- les droites d'équations  $y = -2x + 3$  et  $y = -2x - 4$  sont parallèles car leur coefficient directeur est  $-2$ .
- les droites d'équations  $y = -2x + 3$  et  $y = 3x + 1$  ne sont pas parallèles car  $-2 \neq 3$ .

## II. Droites sécantes

**Propriété** : deux droites  $d$  et  $d'$  d'équations respectives  $y = ax + b$  et  $y = a'x + b'$  sont sécantes si, et seulement si,  $a \neq a'$ .

DÉMONSTRATION : ces deux droites sont sécantes si et seulement si elles ne sont pas parallèles...

**Exemple** : les droites d'équations  $y = -2x + 3$  et  $y = 3x + 1$  sont sécantes en un point S car  $-2 \neq 3$ . Déterminer les coordonnées du point d'intersection de ces deux droites.

## III. Alignement de trois points

**Propriété** : soient A, B et C trois points du plan deux à deux distincts. Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur.

DÉMONSTRATION : celle-là est facile ! Allez c'est cadeau.

**Exemple** : dans un repère, on considère les points  $A(-1; -1)$ ,  $B(4; 1)$  et  $C(14; 5)$ . Ces trois points sont-ils alignés ?