La structure métallique de la tour Eiffel a une masse de 7 300 000 kg environ pour une hauteur de 293 mètres (sans l'antenne de télécommunication). Johan, qui a 11 ans, en achète un modèle réduit (du même métal), ne pesant qu'un kilogramme.

Quelle est la taille de ce modèle réduit ?

SOLUTION 1

On note V_o le volume du modèle original, et V_r celui du modèle réduit.

❶ Le modèle réduit est une réduction du modèle original. On note k le rapport de cette réduction.
Le volume du modèle réduit s'obtient donc en multipliant par k^3 le volume du modèle original.

On a donc : $V_r = k^3 \times V_o$, d'où $\frac{V_r}{V_0} = k^3$.

❷ Le modèle réduit a une masse $7\,300\,000$ fois inférieure à l'original et est constitué du même métal.
Son volume est donc $7\,300\,000$ fois plus petit (le volume est proportionnel à la masse).

On a donc : $V_r = \frac{1}{7\,300\,000} V_o$, d'où $\frac{V_r}{V_0} = \frac{1}{7\,300\,000}$.

❸ Finalement, on a : $k^3 = \frac{1}{7\,300\,000}$ d'où $k = \sqrt[3]{\frac{1}{7\,300\,000}} \approx 0{,}00515$.
La hauteur du modèle réduit, notée h, s'obtient en multipliant par k la hauteur du modèle original, d'où :
$h = k \times 293 \approx 1{,}51$.

Conclusion : le modèle réduit a la taille d'un garçon de 11 ans, mais ne pèse qu'un kilogramme !

SOLUTION 2

On utilise un tableau de proportionnalité :

Masse (en kg)	*Hauteur (en m)*
7 300 000	293
1	?

La hauteur du modèle réduit est donc, en mètres : $\frac{1 \times 293}{7\,300\,000} \approx 0{,}00004$ soit environ 0,04 millimètres !

Remarque : ***cette solution est fausse***, car elle considère que la masse d'un solide est toujours proportionnelle à « sa hauteur »... Ceci est faux : considérons un cube de côté z. Son volume est z^3. Si sa hauteur double, alors son volume devient $(2z)^3 = 8z^3$, donc le volume a été multiplié par 8. La masse du solide a donc également été multipliée par 8, et non par 2...