

LE CALENDRIER GRÉGORIEN

PARTIE 1 : TOMBER UN MÊME JOUR

Notions réinvesties : divisibilité dans \mathbb{N} et division euclidienne

On numérote les jours d'une année de 1 à 365 (ou de 1 à 366 si l'année est bissextile) de manière à pouvoir désigner chaque jour par son numéro.

On note alors n et p deux entiers naturels.

A quelle(s) condition(s) sur n et p les jours numérotés tombent-ils un même jour de la semaine ?

A. Une première approche

Raisonnons dans le cas de l'année 2016 (bissextile).

1. Quel jour était le 1^{er} janvier 2016 ?

2. a) Quel est le numéro du premier dimanche de l'année 2016 ?

Du deuxième dimanche ? Du treizième dimanche ? Du k -ième dimanche ?

b) Parmi les jours numérotés 141, 346, 157, 179, quels sont ceux qui tombent un dimanche ?

3. Comment peut-on reconnaître qu'un jour dont le numéro est n tombe un lundi ? Mardi ? Mercredi ? Etc.

B. Résolution du problème

Énoncez une condition nécessaire et suffisante sur n et p pour que les jours numérotés n et p tombent le même jour de la semaine. Démontrez ce résultat.

C. Un peu d'histoire

Histoire de calendriers

Derrière son apparence anodine, le calendrier possède une histoire complexe.

Le temps qui s'écoule entre deux passages successifs du Soleil au point vernal, point où se trouve le Soleil à l'équinoxe de printemps, est appelé année tropique et dure 365,242 19 jours.

Jules César abandonna le calendrier romain en vigueur à son époque, pour mettre en place le calendrier julien :

- L'année commencerait désormais le 1^{er} janvier et non plus le 1^{er} mars.

- « Tous les quatre ans, on doublerait le 6^e jour avant le 1^{er} mars. »

On comprend aisément que ces années-là soient appelées années bissextiles.

Cela donna une année julienne d'une durée moyenne de 365,25 jours.

En 1582, le pape Grégoire XIII prit conscience du décalage entre l'année julienne et l'année tropique (environ 10 jours depuis Jules César). Il décida que les années séculaires, jusque-là bissextiles, ne le seraient désormais que si elles sont multiples de 400, ce qui donna une durée moyenne de l'année grégorienne de 365,242 5 jours. Pour rattraper les dix jours de retard par rapport au soleil, il décida que le jeudi 4 octobre 1582 aurait pour lendemain le vendredi 15 octobre 1582. Ce qui fut mis en place en Espagne et au Portugal, puis progressivement dans toute l'Europe. En France, le dimanche 9 décembre eut pour lendemain le lundi 20 décembre 1582.

1. a) Avec le calendrier julien, après combien d'années obtient-on un décalage d'un jour ?

b) En 1582, le décalage entre l'année julienne et l'année tropique était de combien de jours ?

2. Avec le calendrier grégorien, après combien d'années obtient-on un décalage d'un jour ?