

INÉQUATIONS ET PROBLÈMES

EXERCICES

Exercice 1 :

ABCD est un carré de côté 10 cm. M est un point de [AB].

La parallèle à (AD) passant par M coupe [AC] en I et [CD] en P. La parallèle à (AB) en I coupe [BC] en N et [AD] en Q.

On souhaite déterminer la position de M sur [AB] de façon que la somme des aires des quadrilatères AMIQ et INCP soit inférieure à 58 cm^2 .

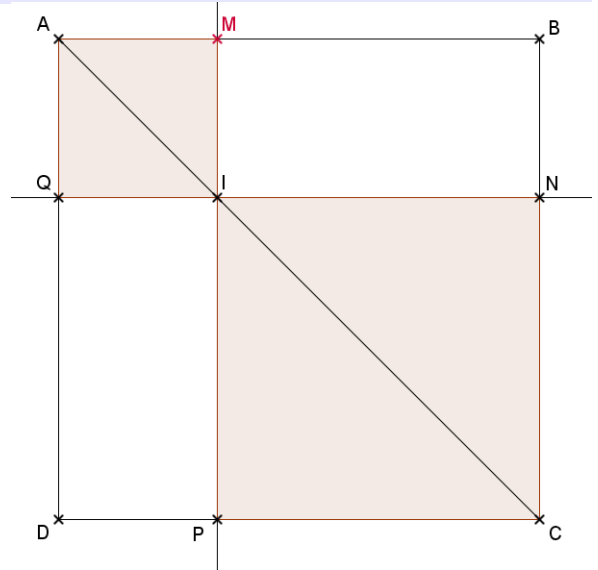
On pose $x = AM$.

1. A quel intervalle appartient la variable x ?
2. Quelles sont les natures des quadrilatères AMIQ et INCP ?
3. Montrer que le problème revient à résoudre l'inéquation :

$$(I) : 2x^2 - 20x + 42 \leq 0 .$$

4. a) Vérifier que : $2x^2 - 20x + 42 = 2(x-7)(x-3)$.

b) Résoudre algébriquement l'inéquation (I) et répondre au problème.



Exercice 2 :

On souhaite construire deux cuves différentes, mais en respectant certaines conditions :

- la première est un cube, de côté (noté x) strictement supérieur à 20 cm ;
- la deuxième est un pavé droit à base carrée, dont le côté mesure 20 cm de plus que celui du cube ; sa hauteur mesure 20 cm de moins que celle du cube ;
- la cuve cubique doit avoir un volume plus grand que celui du pavé droit.

On souhaite déterminer les valeurs de x qui satisfont ces conditions.

1. Montrer que le problème se ramène à résoudre l'inéquation : $x^2 - 20x - 400 \leq 0$.
2. Développer $(x-10)^2 - 500$.
3. Résoudre algébriquement le problème.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 0,02x - 3 \times 10^{-4}$.

1. Construire la représentation graphique de f avec une calculatrice, en se plaçant dans une fenêtre telle que : $-3 \leq x \leq 3$ et $-1 \leq y \leq 10$.

Quelle conjecture peut-on faire sur le signe de f sur $[-3 ; 3]$?

2. a) Vérifier que : $f(x) = (x + 0,01)^2 - 4 \times 10^{-4}$, puis factoriser $f(x)$.

b) Construire le tableau de signe de f sur $[-3 ; 3]$.

c) Comparer vos résultats avec ceux de la question 1.