FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

PARTIE 1 : LES FONCTIONS AFFINES

L'univers est rempli de magie et il attend patiemment que notre intelligence s'affine. [Eden Phillpotts]

I. Étude des fonctions affines

I.1 Définition et sens de variation

Définition : On appelle ***fonction affine*** une fonction *f* définie sur ℝ par :
$\boldsymbol{f(x)=ax+b}$ (où a et b sont deux nombres réels).

Remarques : • si $a=0$ alors on dit que la fonction *f* est .... ;
• si $b=0$ alors on dit que la fonction *f* est ....

Propriété : *Sens de variation d'une fonction affine*
On considère une fonction affine définie par $f(x)=ax+b$.
- Si $a<0$ alors la fonction *f* est .... sur ℝ.
- Si $a=0$ alors la fonction *f* est .... sur ℝ.
- Si $a>0$ alors la fonction *f* est .... sur ℝ.

DÉMONSTRATION : faite en classe

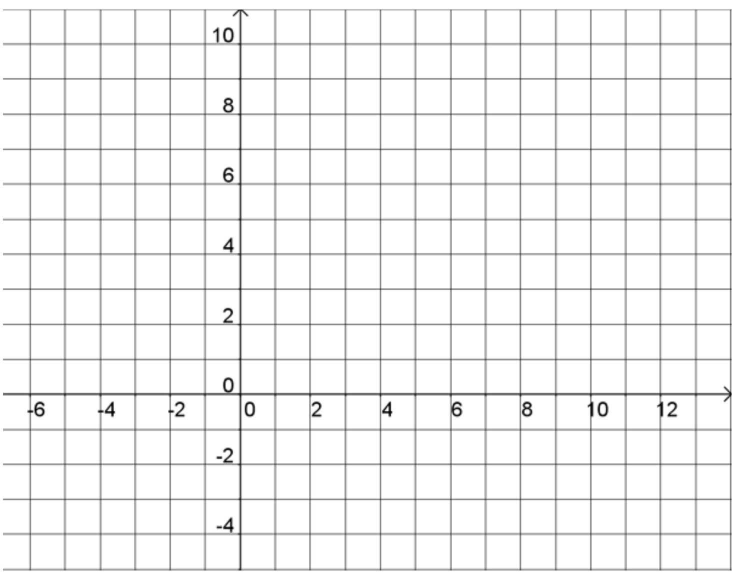
I.2 Représentation graphique d'une fonction affine

Propriété : La représentation graphique d'une fonction affine dans un repère du plan est .... Si la fonction est linéaire, alors ....
Réciproquement, une droite (non parallèle à l'axe des ordonnées) dans un repère du plan est la représentation graphique d'une fonction affine.

DÉMONSTRATION : admise

Exemple :
Soit *f* la fonction affine définie par $f(x)=2x-3$ pour tout réel *x*. On choisit 2 valeurs de *x* au choix, par exemple 0 et 4 :
$f(0)=$ ....
et $f(4)=$ ....

La représentation graphique de la fonction f est donc .... passant par les points A et B de coordonnées respectives .... et ....



I.3 Signe d'une expression de la forme ax + b (a et b sont deux réels)

Le cas « $a=0$ » étant trivial, on suppose que $a\neq 0$.

On considère la fonction affine définie par $f(x)=ax+b$.

On a : $ax+b=0 \Leftrightarrow x=$ ....

L'***abscisse à l'origine*** de *f*, c'est-à-dire l'abscisse du point d'intersection de la courbe représentative de *f* et de l'axe des abscisses, est donc : ....

Cette information va nous permettre de déterminer le signe de $f(x)$:

Si *a* > 0

la fonction *f* est .... et on obtient le tableau de signes suivant :

Si *a* < 0

la fonction *f* est .... et on obtient le tableau de signes suivant :

Ceci nous permettra de résoudre certaines inéquations, comme $(-2x+11)(x+5)\geqslant 0$:

II. Proportionnalité des accroissements

Propriété : Pour toute fonction affine f telle que $f(x)=a\,x+b$, le ***coefficient directeur*** a est :

$\boldsymbol{a=}$ .... pour tous les réels x_1 et x_2 avec $x_1 \neq x_2$.

DÉMONSTRATION : soient x_1 et x_2 deux nombres réels tels que $x_1 \neq x_2$.
On a : $f(x_1)-f(x_2)=$ ....
D'où la formule.

Remarque : on dit que l'accroissement de la variable x est proportionnel à l'accroissement des images $f(x)$.

Exemple : soit f une fonction affine telle que $f(1)=5$ et $f(3{,}5)=15$.
Déterminer l'expression $f(x)$.