Tonc Devoir du 10/01/2023

(5) Exercice 1

0,5 1) $-3y'+5y=0 \iff y'=\frac{-5y}{-3} \iff y'=\frac{5}{3}y$

1,5 Donc les solutions de l'équation différentielle $-3y'+5y=0$ sont les fonctions $x \mapsto ke^{\frac{5}{3}x}$, où $k\in\mathbb{R}$.

1 2) $-6y'-17y=3 \iff y'=\frac{17y+3}{-6} \iff y'=-\frac{17}{6}y-\frac{1}{2}$

1,5 Donc ... sont les fonctions $x \mapsto ke^{-\frac{17}{6}x} - \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{17}{6}}$, où $k\in\mathbb{R}$.

Or : $\frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{17}{6}} = \frac{1}{2}\times\frac{6}{17}=\frac{3}{17}$

0,5 donc les solutions sont les fonctions $x\mapsto ke^{-\frac{17}{6}x}-\frac{3}{17}$, où $k\in\mathbb{R}$.

(3) Exercice 3

- $\lim\limits_{x\to+\infty} 3x=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} -\frac{1}{x}=0$

1 donc, par somme de limites : $\lim\limits_{x\to+\infty} -\frac{1}{x}+3x=+\infty$.

- $\lim\limits_{X\to+\infty}\sqrt{X}=+\infty$ 1

1 Donc par composition de limites : $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{-\frac{1}{x}+3x}=+\infty$

(6) Exercice 4

Pour tout réel $x\in\,]0;+\infty[$:

1 $g(x)=\frac{-2x^2+4x-3}{5x+3}=\frac{-2x^2\left(1+\frac{4x}{-2x^2}-\frac{3}{-2x^2}\right)}{5x\left(1+\frac{3}{5x}\right)}$

1 $=-\frac{2}{5}x\times\frac{1-\frac{2}{x}+\frac{3}{2x^2}}{1+\frac{3}{5x}}$.

$\longrightarrow$

Or : • par quotients et sommes de limites :

$$\lim_{x \to +\infty} 1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{2x^2} = 1.$$

1

• de même : $\lim_{x \to +\infty} 1 + \frac{3}{5x} = 1.$

1

• Donc par quotient de limites : $\lim_{x \to +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{2x^2}}{1 + \frac{3}{5x}} = 1.$

• De plus, $\lim_{x \to +\infty} -\frac{2}{5}x = -\infty$

1

Donc par produit de limites :

$$\lim_{x \to +\infty} -\frac{2}{5}x \times \frac{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{2x^2}}{1 + \frac{3}{5x}} = -\infty$$

1 ie $\lim_{x \to +\infty} g(x) = -\infty.$