Evaluation du 28/09/2022

Tonc

Exercice 1

1) f est un polynôme donc ~~est~~ dérivable sur R

$\forall x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = -8 \times 3x^2 + 7 \times 2x - 2 - 0$

$= -24x^2 + 14x - 2$

$f'(x) = 2(-12x^2 + 7x - 1)$

Discriminant de $-12x^2 + 7x - 1$:

$\Delta = 7^2 - 4 \times (-12) \times (-1)$

$= 49 - 48$

$= 1$

$\Delta > 0$ donc $-12x^2 + 7x - 1$ admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-7 - \sqrt{\Delta}}{2 \times (-12)} = \frac{-8}{2 \times (-12)} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-7 + \sqrt{\Delta}}{2 \times (-12)} = \frac{-6}{2 \times (-12)} = \frac{1}{4}$$

D'où :

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$-12x^2+7x-1$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$\simeq -5,1875$	$\nearrow$	$\simeq -5,1852$	$\searrow$	$-\infty$

2) • Sur l'intervalle $[\frac{1}{4} ; +\infty[$:

d'après le tableau ci-dessus, $f(x) < 0$

donc l'équation $f(x) = 0$ n'admet aucune solution.

• Sur l'intervalle $]-\infty ; \frac{1}{4}]$:

* f est dérivable donc continue
* f est strictement décroissante
* $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ et $f(\frac{1}{4}) \simeq -5,1875$ donc $0 \in [f(\frac{1}{4}) ; +\infty[$

$\rightarrow$

donc d'après le corollaire du TVI :

l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution, notée α.

3) D'après la calculatrice :

$$-0,5759 < \alpha < -0,5758.$$

EXERCICE 2

1) $g'(x) = 4\times1-0-2\times(-5\times1-0)e^{-5x-9}$

$= 4-2\times(-5)e^{-5x-9}$

$= 4+10e^{-5x-9}$

2) $f'(x) = 2\times(-4\times7x^6-5\times3x^2+3\times1-0)\times(-4x^7-5x^3+3x-123)$

$= 2(-28x^6-15x^2+3)(-4x^7-5x^3+3x-123).$

EXERCICE 3

$\forall x\in\mathbb{R}$: $h'(x) = 5x^4-5\times4x^3-40\times1+0 = 5x^4-20x^3-40$

$h''(x) = 5\times4x^3-20\times3x^2-0 = 20x^3-20\times3x^2 = 20x^2(x-3)$

x	$-\infty$	0		3	$+\infty$
$20x^2$	+	0	+	|	+
$x-3$	−	|	−	0	+
$h''(x)$	−	0	−	0	+
h	concave				convexe

C_h admet donc un unique point d'inflexion : $(3\,;\,h(3))$

ie $(3\,;\,-162)$.

EXERCICE 4

- A placer sur le graphique (points d'inflexion) :

- Intervalles sur lesquels f est concave :