le 2 / 12 / 2021

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0=-7$ et $u_{n+1}=-\frac{2}{11}u_n+\frac{1}{4}$.

En suivant le plan de travail présenté dans le cours, déterminer l'expression de u_n en fonction de *n*.

• $f(x)=x \Leftrightarrow -\frac{2}{11}x+\frac{1}{4}=x$

$$\Leftrightarrow x\left(-\frac{2}{11}-1\right)=-\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{13}{11}x=-\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{1}{4}\times\left(-\frac{11}{13}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{11}{52}$$

• On pose : $v_n=u_n-\frac{11}{52}$.

Alors, pour tout entier naturel *n* :

$$v_{n+1}=u_{n+1}-\frac{11}{52}$$

$$=-\frac{2}{11}u_n+\frac{1}{4}-\frac{11}{52}$$

$$=-\frac{2}{11}u_n+\frac{13-11}{52}$$

$$=-\frac{2}{11}u_n+\frac{2}{52}$$

$$=-\frac{2}{11}\left(u_n+\frac{2}{52}\times\frac{11}{-2}\right)$$

$$=-\frac{2}{11}\left(u_n-\frac{11}{52}\right)$$

$$v_{n+1}=-\frac{2}{11}v_n$$

Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $-\frac{2}{11}$ et de premier terme :

$$v_0=u_0-\frac{11}{52}=-7-\frac{11}{52}=\frac{-7\times52}{52}-\frac{11}{52}=-\frac{375}{52} .$$

• On a donc, pour tout entier naturel *n* : $v_n=-\frac{375}{52}\left(-\frac{2}{11}\right)^n$

et $u_n=v_n+\frac{11}{52}$ d'où $u_n=-\frac{375}{52}\left(-\frac{2}{11}\right)^n+\frac{11}{52}$.