

Exercice 1

②

La courbe de Lorenz de l'entreprise 1 est "plus éloignée" de la ligne de parfaite égalité, donc l'entreprise 2 est la moins inégalitaire (* on regarde ici l'aire comprise entre la courbe de Lorenz et la droite d'équation $y=x$)

①①

Exercice 2

1) Les 75% des ménages en France les plus pauvres (en 1996) représentent 50% des revenus totaux.

2) Les 20% des ménages les plus riches se partagent environ 65% de la part total des revenus.

3) a) Indice de Gini :

$$\begin{aligned}
 1 - 2 \int_0^1 f(x) dx &= 1 - 2 \left[\frac{1,5}{5} x^5 - \frac{2}{4} x^4 + \frac{1,4}{3} x^3 + \frac{0,1}{2} x^2 \right]_0^1 \\
 &= 1 - 2 \left(\frac{1,5}{5} - \frac{2}{4} + \frac{1,4}{3} + \frac{0,1}{2} - 0 \right) \\
 &= 1 - 2 \times \frac{19}{60} \\
 &= \frac{11}{30} \\
 &\simeq \underline{\underline{0,37}}
 \end{aligned}$$

b) $f'(x) = 6x^3 - 6x^2 + 2,8x + 0,1$

$f''(x) = 18x^2 - 12x + 2,8$

Discriminant : $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 18 \times 2,8 = -57,6$

$\Delta < 0$ donc $f''(x)$ est du signe de 18 : $f''(x) > 0$

donc f' est strictement croissante sur $[0, 1]$

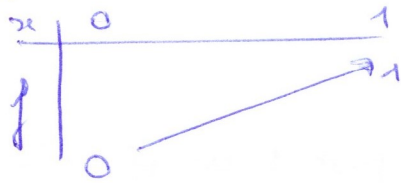
donc : $\forall x \in [0, 1], f'(0) \leq f'(x) \leq f'(1)$

$\text{i.e. } 0,1 \leq f'(x) \leq 2,9$ d'où $f'(x) > 0$

→

d'où fonction strictement croissante sur $[0; 1]$:

0,15



$$f(0) = 1,5x^4 - 2x^3 + 1,4x^2 + 0,1x = 0$$
$$f(1) = \dots = 1$$

0,15 c) • fonction croissante sur $[0; 1]$

• $\forall x \in [0; 1], f''(x) > 0$

0,15

donc fonction convexe sur $[0; 1]$

0,15

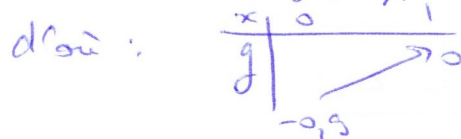
• $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$

• $f(x) - x = 1,5x^4 - 2x^3 + 1,4x^2 - 0,9x$
 $= x(1,5x^3 - 2x^2 + 1,4x - 0,9)$
on note $g(x)$

$$g'(x) = 4,5x^2 - 4x + 1,4$$

Discriminant $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4,5 \times 1,4 = -9,2$

$\Delta < 0$ donc $g'(x) > 0$



d'où $g(x) \leq 0$

D'où : $\forall x \in [0; 1], xg(x) \leq 0$

ie $f(x) - x \leq 0$

$f(x) \leq x$

Concls : fonction bien une courbe de Lorenz

7 Exercice 3

• Moyenne: $\bar{x} = \frac{1 \times 7 + 5 \times 8 + 4 \times 9 + 12 \times 10 + 5 \times 11 + 3 \times 12 + 0 \times 13 + 1 \times 14}{1 + 5 + 4 + 12 + 5 + 3 + 0 + 1}$

$\bar{x} = \frac{308}{31} \approx 9,94$

• Variance: $V = \frac{1 \times 7^2 + 5 \times 8^2 + 4 \times 9^2 + 12 \times 10^2 + 5 \times 11^2 + 3 \times 12^2 + 0 \times 13^2 + 1 \times 14^2}{31} - \bar{x}^2$

$= \frac{3126}{31} - \left(\frac{308}{31}\right)^2$

$V = \frac{2042}{961} \approx 2,12$

• Écart-type σ : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{2042}{961}} \approx 1,46$

x_i	7	8	9	10	11	12	13	14
n_i	1	5	4	12	5	3	0	1
ECC	1	6	10	22	27	30	30	31
FCC	0,03	0,16	0,13	0,39	0,16	0,09	0,00	0,03

le 1^{er} décile est donc: $D_1 = 8$.

le 9^e décile est donc: $D_9 = 12$.

Repart interdécile: $\frac{D_9}{D_1} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

le $\frac{D_9}{D_1} = 1,5$.