IE sur RRI (30/03/2021) TOMC

Exercice 1

(2)

La courbe de Lorenz de l'entreprise 1 est "plus éloignée"* de la ligne de parfaite égalité, donc l'entreprise 2 est la moins inégalitaire (*on regarde ici l'aire comprise entre la courbe de Lorenz et la droite d'équation $y=x$)

Exercice 2

(11)

1) Les 75% des ménages en France les plus pauvres (en 1996) représentent 50% des revenus totaux.

1

2) Les 20% des ménages les plus riches se partagent environ 45% de la part total des revenus.

1

3) a) Indice de Gini :

$$1-2\int_0^1 f(x)\,dx = 1-2\left[\frac{1,5}{5}x^5 - \frac{2}{4}x^4 + \frac{1,4}{3}x^3 + \frac{0,1}{2}x^2\right]_0^1$$

$$= 1-2\left(\frac{1,5}{5} - \frac{2}{4} + \frac{1,4}{3} + \frac{0,1}{2} - 0\right)$$

$$= 1-2\times\frac{19}{60}$$

$$= \frac{11}{30}$$

$$\simeq 0,37$$

2,5

b) $f'(x) = 6x^3 - 6x^2 + 2,8x + 0,1$

1

$f''(x) = 18x^2 - 12x + 2,8$

1

Discriminant : $\Delta = (-12)^2 - 4\times 18\times 2,8 = -57,6$

$\Delta < 0$ donc $f''(x)$ est du signe de 18 : $f''(x) > 0$.

1

donc f' est strictement croissante sur $[0;1]$

0,5

donc : $\forall x \in [0;1]$, $f'(0) \leq f'(x) \leq f'(1)$

1

i.e. $0,1 \leq f'(x) \leq 2,9$ d'où $f'(x) > 0$

→

d'où f est strictement croissante sur $[0;1]$:

x	0		1
f	0	$\nearrow$	1

0,5

$f(0)=1,5\times0^4-2\times0^3+1,4\times0^2+0,1\times0=0$

$f(1)=\dots=1$

0,5 c) • f est croissante sur $[0;1]$

• $\forall x\in[0;1],\ f''(x)>0$

0,5 donc f est convexe sur $[0;1]$

0,5 • $f(0)=0$ et $f(1)=1$

• $f(x)-x=1,5x^4-2x^3+1,4x^2-0,9x$

$=x(\underbrace{1,5x^3-2x^2+1,4x-0,9}_{\text{on note } g(x)})$

$g'(x)=4,5x^2-4x+1,4$

bonus +1 Discriminant $\Delta'=(-4)^2-4\times4,5\times1,4=-9,2$

$\Delta'<0$ donc $g'(x)>0$

d'où :

x	0		1
g	$-0,9$	$\nearrow$	0

d'où $g(x)\leq0$

D'où : $\forall x\in[0;1]$, $xg(x)\leq0$

ie $f(x)-x\leq0$

$f(x)\leq x$.

Concl° : f est bien une courbe de Lorenz.

$\longrightarrow$

Suite

IE sur RRI (30/03/2021) TOMC

7 Exercice 3

- Moyenne : $\bar{x} = \dfrac{1\times7 + 5\times8 + 4\times9 + 12\times10 + 5\times11 + 3\times12 + 0\times13 + 1\times14}{1+5+4+12+5+3+0+1}$

1

$\bar{x} = \dfrac{308}{31} \simeq 9{,}94$

- Variance : $V = \dfrac{1\times7^2 + 5\times8^2 + 4\times9^2 + 12\times10^2 + 5\times11^2 + 3\times12^2 + 0\times13^2 + 1\times14^2}{31} - \bar{x}^2$

2 $= \dfrac{3126}{31} - \left(\dfrac{308}{31}\right)^2$

$V = \dfrac{2042}{961} \simeq 2{,}12$

- 1 Écart type σ : $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\dfrac{2042}{961}} \simeq 1{,}46$.

-

x_i	7	8	9	10	11	12	13	14
n_i	1	5	4	12	5	3	0	1
ECC	1	6	10	22	27	30	30	31
FCC	0,03	0,19	0,32	0,71	0,87	0,97	0,97	1

2 Le 1er décile est donc : $D_1 = 8$.

Le 9e décile est donc : $D_9 = 12$.

Rapport interdécile : $\dfrac{D_9}{D_1} = \dfrac{12}{8} = \dfrac{3}{2}$

1 ie $\dfrac{D_9}{D_1} = 1{,}5$.