

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE : EXERCICES

Exercice 1 :

ABCD est un tétraèdre et I est le milieu du segment [AB].

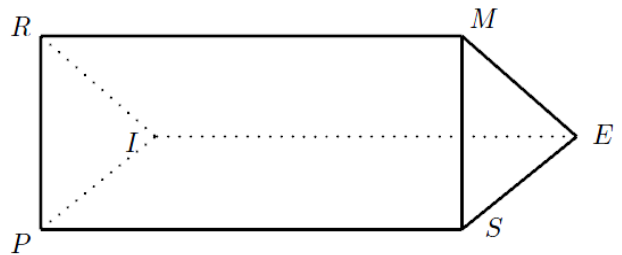
FAIRE UN DESSIN

Compléter les phrases mathématiques suivantes à l'aide des symboles : \in \notin \subset $\not\subset$.

1. I ... (AB)
2. B ... (CDI)
3. (CI) ... (ABC)
4. D ... (BI)
5. (AB) ... (CBA)
6. (DI) ... (BCI)
7. B ... (ADI)
8. B ... (IA)

Exercice 2 :

PRISME est un prisme droit à base triangulaire.
Déterminer les positions relatives :



1. des droites (RE) et (MI) :
2. des droites (PI) et (EM) :
3. de la droite (EM) et du plan (IPS) :
4. de la droite (SR) et du plan (PMR) :
5. du plan (IRP) et du plan (IEM) :

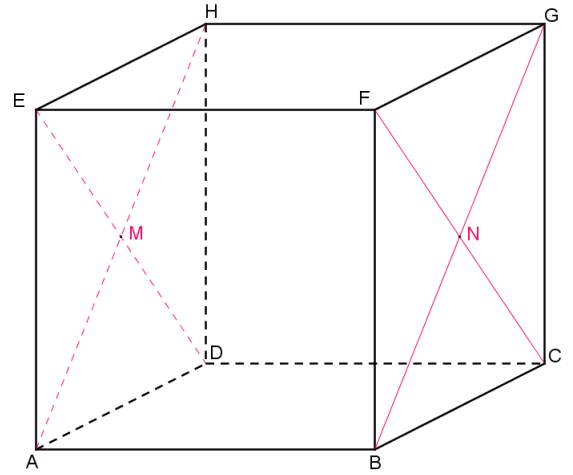
Exercice 3 :

Dessiner en perspective cavalière un pavé droit, un cube, un cône de révolution et un tétraèdre régulier.

Exercice 4 :

On considère un cube ABCDEFGH.

Sur la représentation du cube en perspective cavalière ci-contre, on a dessiné le point M, centre du carré ADHE, et le point N, centre du carré BCGF.



Partie A

Pour chaque proposition, dire si elle vous semble vraie ou fausse, en cochant une des cases.

(AB) et (EH) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
(AH) et (DG) sont sécantes	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
(AN) et (EN) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
(AB) et (GF) sont parallèles	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
(DG) et (EM) sont sécantes	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux
(BH) et (NA) sont coplanaires	<input type="checkbox"/> vrai	<input type="checkbox"/> faux

Partie B

Compléter le tableau ci-dessous, en indiquant l'ensemble d'intersection des deux plans.

Une réponse fausse n'enlève pas de point.

Exemple : les plans (HGF) et (FGC) sont sécants en (FG); leur ensemble d'intersection est donc la droite (FG)...

intersection ↗	\emptyset	un point	une droite	un plan
(HGF) et (FGC)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/> (FG)	<input type="checkbox"/>
(EGH) et (FBH)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(MEH) et (FBN)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(MDH) et (HEA)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(HGA) et (EFD)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

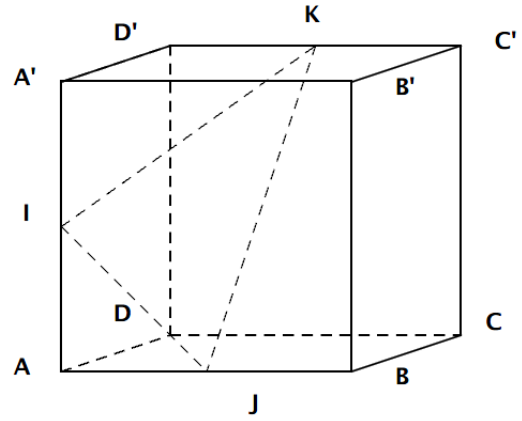
Même consigne, cette fois en indiquant l'ensemble d'intersection de la droite et du plan.

(AE) et (BGH)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(DM) et (DCG)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(EF) et (HGF)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
(AC) et (EFG)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Exercice 5 :

Les points I, J et K sont les milieux respectifs des côtés $[AA']$, $[AB]$ et $[D'C']$.
Le côté du cube mesure x cm.

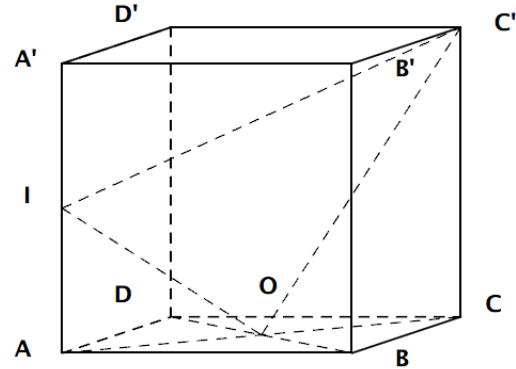
Démontrer que le triangle IKJ est rectangle en I.
En déduire l'aire de ce triangle.



Exercice 6 :

Les points I et O sont les milieux respectifs des côtés $[AA']$ et $[DB]$.
Le côté du cube mesure 5 cm.

1. Représenter en vraie grandeur le rectangle $AA'C'C$.
2. Démontrer que le triangle IOC' est rectangle en O.
En déduire l'aire de ce triangle.



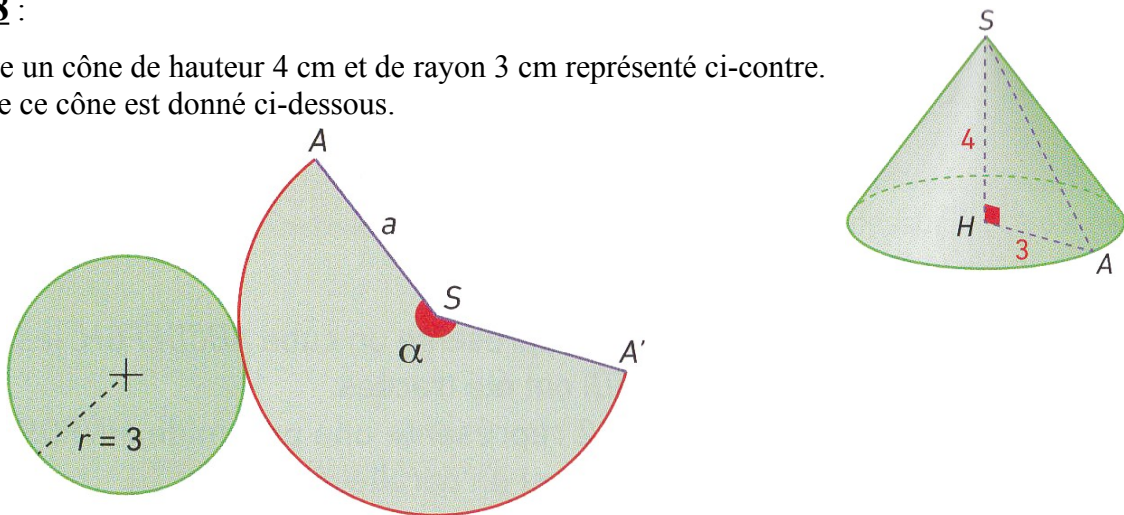
Exercice 7 :

Effectuer les conversions suivantes :

$1 \text{ L} = \dots \text{ dm}^3$ $1 \text{ L} = \dots \text{ cm}^3$ $100 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$
 $1 \text{ m}^3 = \dots \text{ L}$ $1 \text{ mm}^3 = \dots \text{ cm}^3$ $1 \text{ cL} = \dots \text{ L}$

Exercice 8 :

On considère un cône de hauteur 4 cm et de rayon 3 cm représenté ci-contre.
Un patron de ce cône est donné ci-dessous.



1. Montrer que la longueur de l'arc $\widehat{AA'}$ est égale à environ 18,85 cm.
2. Calculer la longueur a .
3. On veut calculer l'angle α .
Expliquer le tableau de proportionnalité suivant et en déduire α :

10π	$18,85$
360	α

Exercice 9 :

La figure 1 représente un cube $ABCDEFGH$, les droites (HF) et (ED) ont été tracées.

La figure 2 représente une pyramide $MNPQS$ dont la base $MNPQ$ est un parallélogramme.

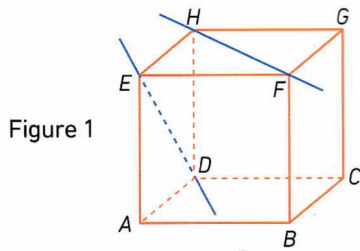


Figure 1

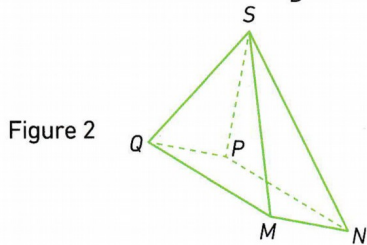


Figure 2

Choisir la seule réponse correcte parmi les trois proposées sans justifier.

Dans la figure 1 :

1. Le point F appartient au plan :
a (BDH) ; **b** (ABC) ; **c** (GCH) .
2. Les droites (HF) et (EB) sont
a parallèles ; **b** sécantes ; **c** non coplanaires.
3. Les droites (AB) et (HG) sont :
a coplanaires ; **b** sécantes ; **c** on ne peut pas savoir.
4. Les points D , E et B sont :
a alignés ; **b** non alignés ; **c** on ne peut pas savoir.

Dans la figure 2 :

5. Le point C appartient au plan :
a (MNS) ; **b** (MNQ) ; **c** (QNS) .
6. Les droites (NP) et (MQ) sont :
a sécantes ; **b** parallèles ; **c** on ne peut pas savoir.
7. Les droites (SP) et (MN) sont :
a coplanaires ; **b** non coplanaires ; **c** on ne peut pas savoir.

Exercice 10 :

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse :

1. Deux droites de l'espace peuvent être à la fois ni parallèles ni sécantes.
2. Deux plans peuvent se couper en un point.
3. Une droite et un plan ont nécessairement un point en commun.
4. Si deux points A et B appartiennent à un plan, alors la droite (AB) est incluse dans ce plan.
5. Deux droites déterminent toujours un plan.
6. Deux droites de l'espace peuvent se couper en deux points distincts.

Exercice 11 :

$ABCDEFGH$ est un cube. N est le centre de la face $ABCD$, M est le milieu de $[DC]$, Q est le centre de la face $EFGH$ et P est le centre de la face $BCGF$.

1. Vrai ou faux ? Indiquer pour chaque proposition si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

a. Les points suivants appartiennent à un même plan :

A, B, C et P ; M, N, E et H ; M, C, P et F ;

N, B, P et G ; M, P, E et F ; E, G, A et B .

b. Les droites suivantes sont sécantes :

(AN) et (DC) ; (AG) et (BH) ; (QP) et (FG) ;

(FG) et (MP) ; (EF) et (MP) ; (NQ) et (DF) .

c. Le plan et la droite suivants sont sécants :

(ABC) et (DH) ; (EFG) et (MQ) ; (MNQ) et (AP) ;

(DBH) et (NF) ; (ABE) et (QP) ; (EHQ) et (MP) .

2. Déterminer l'intersection des plans suivants :

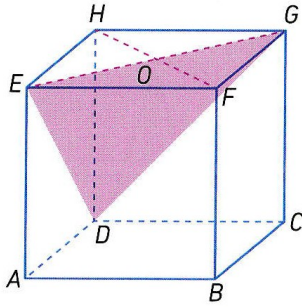
(ABD) et (BCP) ; (EHG) et (BCP) ; (DBF) et (AEG) ;

(MNQ) et (ABC) ; (MNQ) et (BCP) ; (MNB) et (DCA) .

Exercice 12 :

$ABCDEFGH$ est un cube.

$AB = 4$ cm et O est le centre du carré $EFGH$.



1. Prouver que la droite (OD) est l'intersection des plans (EDG) et (HDB) .
2. Dessiner en vraie grandeur le rectangle $HFBD$ et calculer la longueur OD .

Exercice 13 :

On considère que la Terre est une sphère de rayon 6371 km.

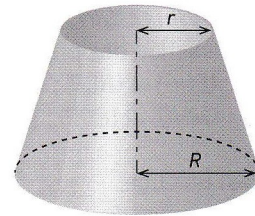
1. Quel est le volume de la Terre ?
2. Quel est le volume de l'hémisphère nord ?
3. Quelle est la longueur de l'équateur ?
4. On suppose qu'on dispose d'une corde de la longueur de l'équateur. On rallonge cette corde de 1 mètre et on encercle la Terre au niveau de l'équateur. Quelle est la distance entre la Terre et la corde ?



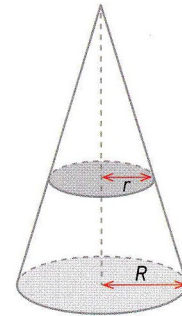
5. On considère une balle de tennis de 6 cm de diamètre. On suppose qu'on dispose d'une corde de la longueur de l'« équateur », de la balle. On rallonge cette corde de 1 mètre et on encercle à nouveau la balle. Quelle est la distance entre la balle et la corde ?
6. **Question ouverte :** on reprend les questions 4 et 5 avec une sphère de diamètre d . Quelle est la distance entre la sphère et la corde ?

Exercice 14 :

Une hotte a été fabriquée à partir d'un « tronc de cône » comme sur la figure suivante.



Pour cela, on a enlevé, au cône de base le cercle de rayon R , un petit cône de base le cercle de rayon r .



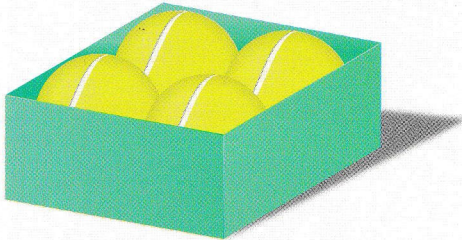
On connaît :

- la hauteur du grand cône : $h = 1$ m ;
- la hauteur de la hotte : 60 cm ;
- $R = 30$ cm ;
- $r = 7$ cm.

Déterminer le volume de la hotte en m^3 .

Exercice 15 :

Une balle de tennis a un diamètre de 6,4 cm.
 On place quatre balles dans une boîte qui a la forme d'un pavé droit de hauteur 6,4 cm.
 La boîte est juste assez grande pour contenir les quatre balles.



Calculer le pourcentage du volume de la boîte occupé par les quatre balles.
 Arrondir à 0,1 cm³ près.

Exercice 16 :

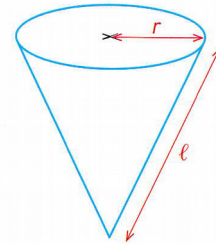
L'aire d'une sphère de rayon R est donnée par :

$$A_S = 4\pi R^2.$$

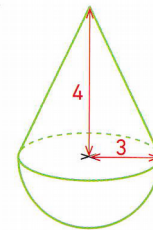
L'aire latérale d'un cône dont le rayon de base est r est donnée par la formule :

$$A_C = \pi r \ell,$$

où ℓ est la longueur représentée ci-dessous.



Un jouet est constitué d'un cône dont la base a pour rayon $r = 3$ cm et de hauteur $h = 4$ cm accolé à une demi-sphère de rayon 3 cm.



1. Calculer l'aire totale du jouet.
2. Calculer le volume du jouet.

Exercice 17 :

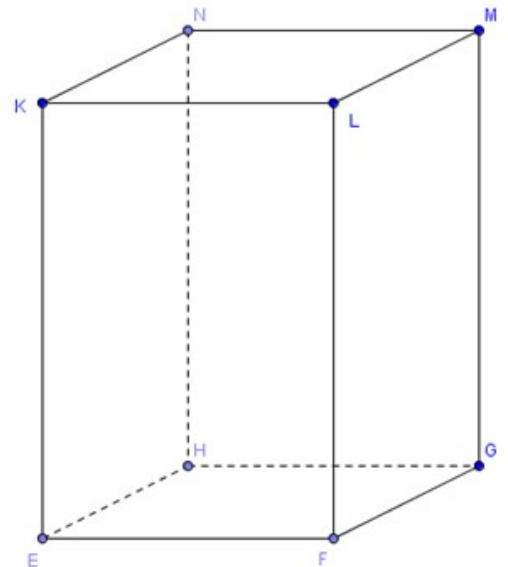
EFGHKL MN est un parallélépipède rectangle.

Compléter le tableau suivant, avec « vrai » ou « faux ».

	parallèles	sécantes	Coplanaires	Non coplanaires
(EH) et (GM)				
(HG) et (KL)				
(EK) et (NL)				
(HG) et (GL)				
(KM) et (HF)				
(HM) et (NG)				

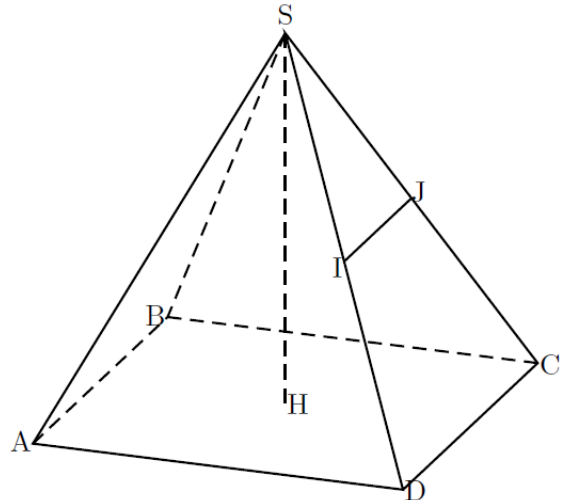
2) Répondre par « Vrai » ou « Faux » :

- Le quadrilatère KNGF est un rectangle :
- Le triangle KFM est équilatéral :



Exercice 18 :

- $SABCD$ est une pyramide régulière à base carrée.
- I est le milieu du segment $[SD]$.
- J est le milieu du segment $[SC]$.
- H est le pied de la hauteur de la pyramide.

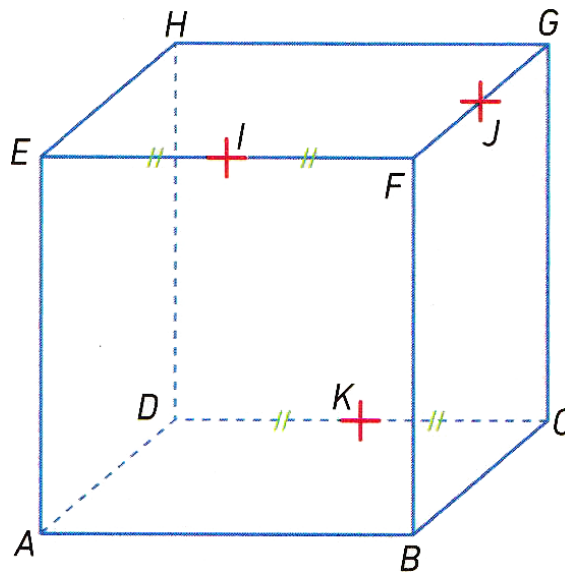


Remplir chaque case du tableau par *Vrai* ou *Faux*.

	coplanaires	sécantes	parallèles
Les droites (AI) et (BC) sont :			
Les droites (IJ) et (AB) sont :			
Les droites (SH) et (AB) sont :			
Les droites (AH) et (BC) sont :			
Les droites (SH) et (BD) sont :			

Exercice 19 :

$ABCDEFGH$ est un cube. Les points I , J et K sont les milieux respectifs des segments $[EF]$, $[FG]$ et $[DC]$. Construire la section du cube par le plan (IJD) .

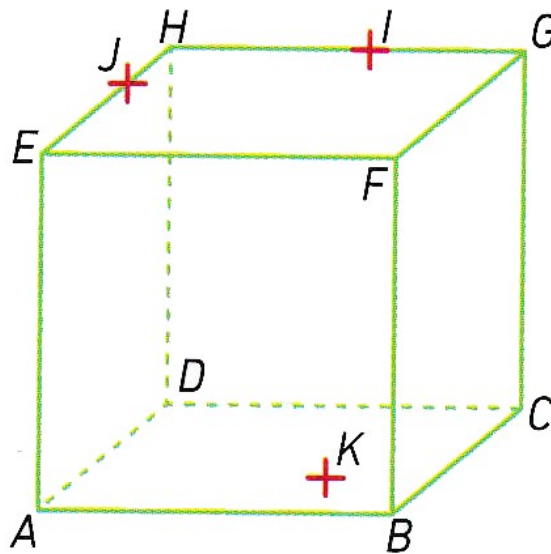


Exercice 20 :

ABCDEFGH est un cube.

Le point K appartient au plan (BCD).

Tracer la section du cube par le plan (IJK).



Exercice 21 :

M est un point de la face ABD.

Construire la section du tétraèdre ABCD par le plan (MNR).

