

# REPÈRES DU PLAN

## I. Coordonnées d'un point dans un repère du plan

### Définitions :

- Un repère *cartésien* du plan est un triplet de trois points non alignés.  
Repère (O; I; J) : O est l'*origine* du repère ; (OI) est l'*axe des abscisses* ;  
(OJ) est l'*axe des ordonnées*.
- On dit qu'un repère cartésien (O; I; J) est *orthogonal* lorsque .....
- On dit qu'un repère cartésien (O; I; J) est *orthonormé (ou orthonormal)* lorsque .....

Exemples :

*repère quelconque*

*repère orthogonal*

*repère orthonormé*

**Propriété-définition I.1** : On considère un repère (O; I; J) du plan.

Pour tout point M du plan, il existe deux uniques points  $M_i$  et  $M_j$  tels que :

- $M_i \in (OI)$  et  $M_j \in (OJ)$
- $OM_iMM_j$  est un parallélogramme.

A tout point M du plan, on peut donc associer deux uniques réels  $x$  et  $y$  tels que  $x$  est la coordonnée de  $M_i$  dans le repère (O ; I) et  $y$  la coordonnée de  $M_j$  dans le repère (O ; J).

L'unique couple  $(x ; y)$  associé au point M est appelé .....

Plus précisément, on dit que :  $x$  est ..... *du point M*, et  $y$  est ..... *du point M*.

DÉMONSTRATION : admise

### POINT HISTORIQUE :



René Descartes

[La Haye, France, 31 mars 1596 ~ Stockholm, Suède, 11 février 1650]

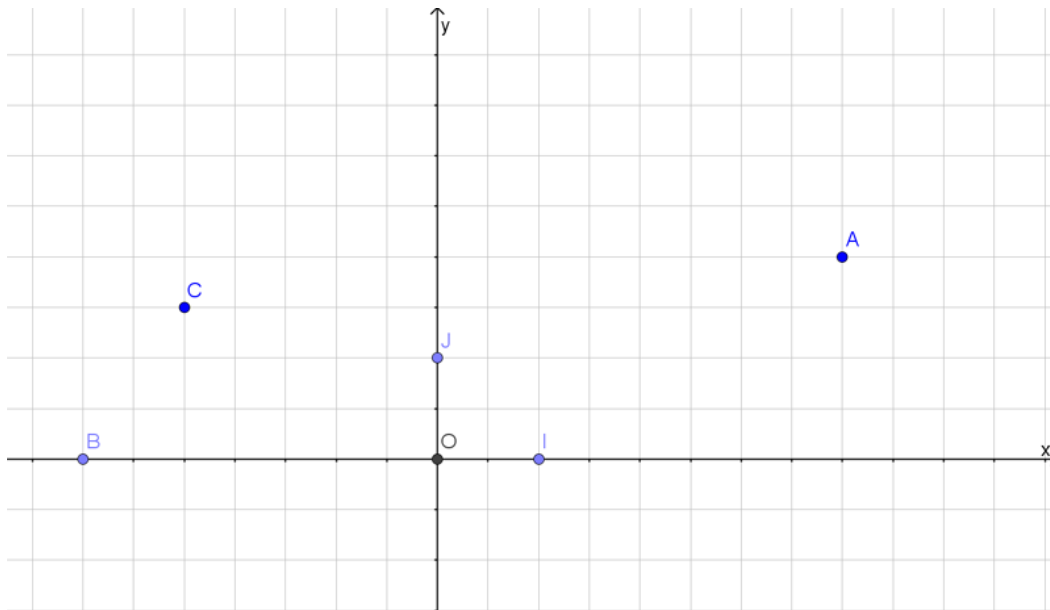
L'adjectif « cartésien » désigne ce qui touche au philosophe et mathématicien René Descartes. L'un de ses nombreux apports en mathématiques est la numérisation de la géométrie : l'utilisation de coordonnées cartésiennes permet d'effectuer, grâce à l'algèbre, des démonstrations de géométrie. En reliant la géométrie et le calcul, Descartes a participé à la création d'une branche des mathématiques que l'on appelle la *géométrie analytique*.

En 1637, dans son ouvrage intitulé Géométrie, il donne une simplification des systèmes de notation algébrique qui s'imposera aux mathématiciens et que l'on utilise toujours :

- ♦ les quantités connues sont désignées par  $a, b, c, \dots$
- ♦ les quantités inconnues sont désignées par  $x, y, z$
- ♦ notation actuelle des exposants pour les puissances, par exemple  $x^3$  plutôt que  $xxx$  .

### Exercice I.1 :

On se place (voir figure) dans un repère orthonormé (O; I; J).



1. Lire les coordonnées des points A, B, C, O, I et J sur la représentation ci-contre.
2. Placer les points D (-4 ; -1) et E (0 ; 3).
3. Déterminer par lecture graphique les coordonnées du milieu F du segment [AJ].
4. Placer le point B' symétrique de B par rapport à C.  
Lire les coordonnées du point B'.
5. Marquer en rouge l'ensemble des points qui ont pour abscisse 4.  
Ils constituent ce qu'on appelle : .....
6. Marquer en vert l'ensemble des points qui ont pour ordonnée -1 .  
Ils constituent ce qu'on appelle : .....
7. Construire le point K tel que  $OK = 3$  et  $\widehat{IOK} = 30^\circ$  . Déterminer ses coordonnées.

## II. Milieu d'un segment

**Propriété II.1** : coordonnées du milieu d'un segment

DÉMONSTRATION : en classe

Exemple : si on a A(2;3) et B(-4;1) alors les coordonnées  $(x_1; y_1)$  du milieu I du segment [AB] sont :

$$x_1 =$$

$$y_1 =$$

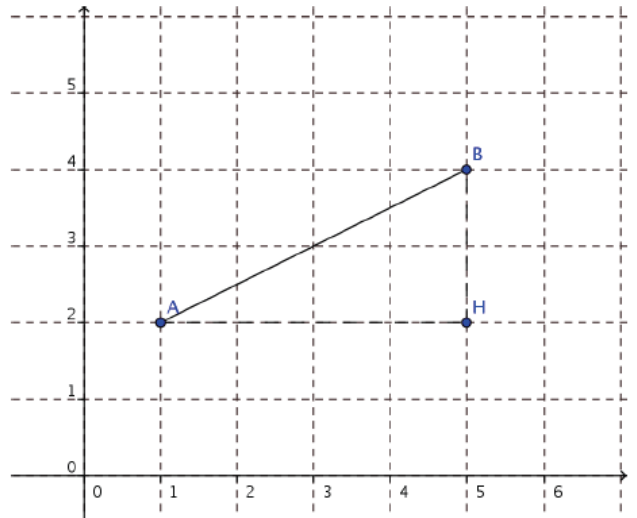
### III. Distance entre deux points

#### **P**ropriété III.1 : coordonnées du milieu d'un segment

Dans un repère ..... (O; I; J), on considère les points  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$ .  
La distance (en unités de longueur) entre A et B est :

DÉMONSTRATION : Démontrons cette propriété dans le cas où  $x_A < x_B$  et  $y_A < y_B$  (il faudrait en toute rigueur faire les démonstrations dans les autres cas, mais ils se démontrent de la même manière).

Soit H le point de coordonnées  $(x_B; y_A)$ .



*Exemple* : si on a  $A(2;3)$  et  $B(-4;1)$  alors la distance AB est égale à :

$$AB =$$

## IV. Descartes et l'infini

Extrait du livre *Exploration sans limite, L'infini mathématique* (2010) - Enrique Gracián

### LE DANGER DES COURS PARTICULIERS



Détail du tableau Descartes à la Cour de la reine Christine, du peintre français Pierre Louis Dumesnil. Musée national de Versailles.

En 1649, la reine Christine invita Descartes à faire un long séjour en Suède : la reine avait beaucoup insisté pour recevoir des cours de philosophie de la part du maître. Descartes vit en cette invitation une opportunité d'abandonner momentanément un contexte dans lequel les discussions philosophiques avec les protestants hollandais commençaient à prendre une tournure violente. On raconte que la reine aimait le froid et avait l'habitude de recevoir ses envoyés dans des salons avec toutes les fenêtres ouvertes, le froid abrégant ainsi les audiences. Descartes dut donner ses classes dans ces conditions, aggravées par un horaire qui, pour ses habitudes

déjà bien enracinées, était absolument néfaste : un carrosse venait le chercher à quatre heures et demie du matin pour l'amener au palais et donner ses cours à la reine une demi-heure plus tard. Cinq mois après, il mourut d'une pneumonie. C'était le 11 février 1650.

René Descartes (1596-1650) est le fondateur du rationalisme et son principal penseur. Le *Discours de la méthode* est son œuvre la plus emblématique et la phrase « je pense, donc je suis », la plus paradigmatique. Elle est l'unique vérité à partir de laquelle il considérerait pouvoir initier sa marche dans le doute systématique. Sa méthode, comme son nom l'indique, constitue un ensemble de règles qui permettent de raisonner adéquatement dans n'importe quel domaine de la pensée humaine. Il ne fait aucun doute que Descartes fut philosophe avant d'être mathématicien et que ses résultats dans ce domaine peuvent être considérés comme le fruit de sa méthode.

Le fait qu'aujourd'hui les sciences soient séparées de la philosophie ne veut pas dire que cette dernière n'exerce pas une influence sur elles, mais plutôt que nous avons actuellement moins conscience de cette influence.

À part quelques incursions importantes dans les domaines de la classification des courbes et de l'identification des coniques, c'est dans son ouvrage *Géométrie* que se trouvent ses découvertes les plus remarquables. Descartes pensait que résoudre les problèmes géométriques exigeait un effort d'imagination excessif pour se représenter mentalement les figures. Cela l'amena à créer un système pour les concevoir comme des ensembles de points, à chacun desquels étaient attribués des nombres. Ainsi, le problème géométrique se transformait en problème d'algèbre et, vice-versa, plusieurs questions algébriques pouvaient être résolues au moyen de méthodes géométriques. Il serait exagéré de parler de naissance de la géométrie analytique à partir de ses travaux, mais il a bel et bien établi une « géométrie cartésienne ».

Descartes envisagea le problème de l'infini dans les *Principes de la philosophie*, mais, tout au long de l'œuvre, il ne l'appelait pas ainsi et utilisait le terme « indéfini ». Il n'hésitait pas à reconnaître l'existence de l'infiniment grand, en affirmant que les étoiles sont en nombre indéfini, ni celle de l'infiniment petit, quand il affirmait que la matière est indéfiniment divisible. Ce changement de terme n'est pas fortuit mais bien intentionnel, et Descartes le justifiait en disant que le mot infini devait être exclusivement employé lorsqu'il était fait référence à Dieu. Il accepta également la possibilité pour les choses indéfinies d'avoir une limite qui, de toute manière, nous était inaccessible. Descartes avait ainsi déclaré impossible l'existence de l'infini actuel en raison des limitations de l'être humain, ce qui ne l'empêchait pas d'affirmer celle d'un infini potentiel, puisque, selon son raisonnement, nous ne pourrions évoquer le fini si l'infini n'existait pas : « Il ne serait pas possible que ma nature soit telle qu'elle est, finie mais dotée de la notion d'infini, si l'infini n'existait pas. L'idée de Dieu est comme la marque de l'artisan sur son œuvre et il n'est même pas nécessaire que cette marque soit distincte de l'œuvre », concluait Descartes.

Pour Descartes, l'idée d'infini était donc innée.