T^le OMC - CORRECTION

le 07 / 12 / 2020

EXERCICE 1 ≈ 5 minutes

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x}=0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 3x=+\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x}+3x=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x}+3x=+\infty$ et $\lim\limits_{X\to+\infty} \sqrt{X}=+\infty$ donc, par composition de limites : $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{\frac{1}{x}+3x}=+\infty$

EXERCICE 2 ≈ 5 minutes

$$\forall x \in \left]\frac{2}{3};+\infty\right[\;:\; g(x)=\frac{x^2\left(5+\frac{7}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}{x\left(-3+\frac{2}{x}\right)}=\frac{x\left(5+\frac{7}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}{-3+\frac{2}{x}}.$$

Or :
- $\lim\limits_{x\to+\infty} 5+\frac{7}{x}-\frac{3}{x^2}=5$ donc par produit de limites, $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(5+\frac{7}{x}-\frac{3}{x^2}\right)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} -3+\frac{2}{x}=-3$

Donc par quotient de limites : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

EXERCICE 3 ≈ 5 minutes

$$-5y'+3y=0 \Leftrightarrow y'=\frac{3}{5}y$$

donc les solutions de cette équation différentielle sont les fonctions $x\longmapsto k\,e^{\frac{3}{5}x}$ $(k\in\mathbb{R})$.

EXERCICE 4 ≈ 5 minutes

$$8y'-11y=-3 \Leftrightarrow y'=\frac{11}{8}y-\frac{3}{8}$$

donc les solutions de cette équation différentielle sont les fonctions $x\longmapsto k\,e^{\frac{11}{8}x}-\dfrac{-\frac{3}{8}}{\frac{11}{8}}$ $(k\in\mathbb{R})$

c'est-à-dire les fonctions $x\longmapsto k\,e^{\frac{11}{8}x}+\frac{3}{11}$ $(k\in\mathbb{R})$.

EXERCICE 5 ≈ 10 minutes

1. $g(x)=(x^2+1)e^{x^3+3x}=\frac{1}{3}\times(3x^2+3)e^{x^3+3x}$ donc g est de la forme $\frac{1}{3}u'e^u$

donc une primitive de g est de la forme $\frac{1}{3}e^u$, c'est-à-dire $\frac{1}{3}e^{x^3+3x}$.

2. a) $\forall x \in \;]3;+\infty[\,,\; f(x)=\dfrac{7}{(x-1)^2}=7\times\dfrac{1}{(x-1)^2}$ donc f est de la forme $7\times\dfrac{u'}{u^2}$

donc une primitive de f est de la forme $7\times\left(-\dfrac{1}{u}\right)$, c'est-à-dire $\dfrac{-7}{x-1}$.

b) Les solutions de l'équation différentielle $y'=f$ sont donc les fonctions $x\longmapsto \dfrac{-7}{x-1}+k$ $(k\in\mathbb{R})$.