le 9 / 11 / 2020

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0=-4$ et $u_{n+1}=-\frac{5}{3}u_n+3$.

En suivant le plan de travail présenté dans le cours, déterminer l'expression de u_n en fonction de *n*.

- $f(x)=x \Leftrightarrow -\frac{5}{3}x+3=x$

$$\Leftrightarrow x\left(-\frac{5}{3}-1\right)=-3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{3}x=-3$$

$$\Leftrightarrow x=3\times\frac{3}{8}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{9}{8}$$

- On pose : $v_n=u_n-\frac{9}{8}$.

Alors, pour tout entier naturel *n* :

$$v_{n+1}=u_{n+1}-\frac{9}{8}$$

$$=-\frac{5}{3}u_n+3-\frac{9}{8}$$

$$=-\frac{5}{3}u_n+\frac{15}{8}$$

$$=-\frac{5}{3}\left(u_n+\frac{15}{8}\times\frac{3}{-5}\right)$$

$$=-\frac{5}{3}\left(u_n-\frac{9}{8}\right)$$

$$v_{n+1}=-\frac{5}{3}v_n$$

Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $-\frac{5}{3}$ et de premier terme $v_0=u_0-\frac{9}{8}=-4-\frac{9}{8}=-\frac{41}{8}$.

- On a donc, pour tout entier naturel *n* : $v_n=-\frac{41}{8}\left(-\frac{5}{3}\right)^n$

et $u_n=v_n+\frac{9}{8}$ d'où $u_n=-\frac{41}{8}\left(-\frac{5}{3}\right)^n+\frac{9}{8}$.