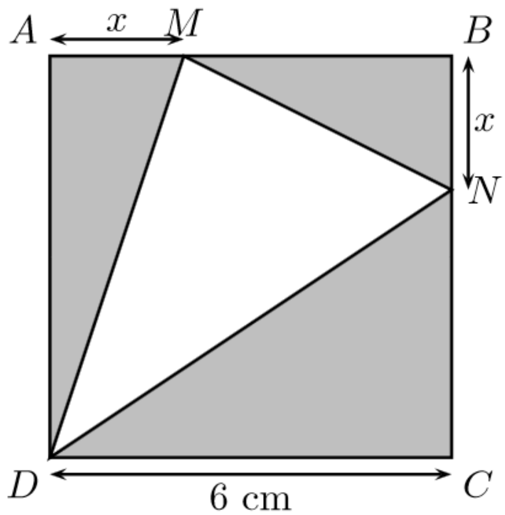
EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES.
ÉQUATIONS ET PROBLÈMES.
EXERCICES

Exercice 1

env. 25 min



Soit ABCD un carré de côté 6 cm.
On note M et N deux points mobiles respectivement sur [AB] et [BC] tels que AM = BN.
On note AM = BN = x.

Partie A

1. Dans quel intervalle, noté I, varie x ?

2. A main levée, faire trois figures qui représentent le problème (x proche de 1, puis de 3, puis de 5).

3. Exprimer, en fonction de x, les aires respectives des triangles AMD, BMN et CDN.

4. En déduire que pour tout x de I, on a : $A_{MND}=\frac{1}{2}(x^2-6x+36)$ où A_{MND} désigne l'aire de MND.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0;6]$ par $f(x)=\frac{1}{2}(x^2-6x+36)$.

1. A l'aide de la calculatrice, en expliquant votre démarche, conjecturer le minimum de la fonction f sur $[0;6]$.

2. a) Calculer $f(3)$.

b) Montrer que, pour tout x de $[0;6]$: $f(x)-f(3)=\frac{1}{2}(x-3)^2$.

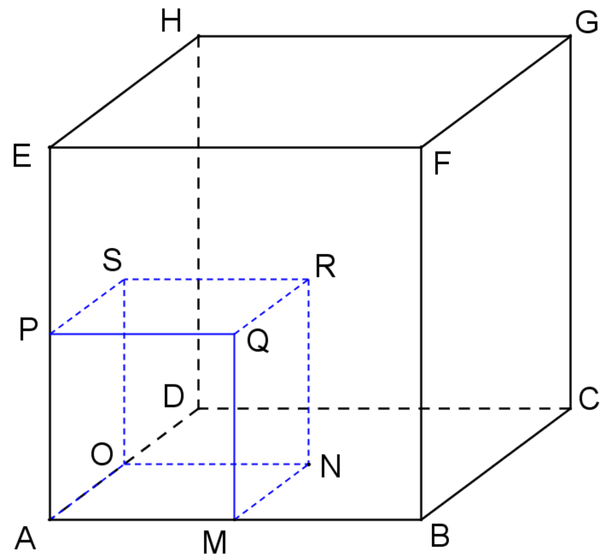
c) En déduire (en justifiant) que f admet un minimum en $x=3$, puis donner la valeur de ce minimum.

d) Tracer (en grandeur réelle) la figure qui correspond à l'aire minimale du triangle MND.

Exercice 2 *env. 25 min*

ABCDEFGH est un cube d'arête 6 cm.

On construit un point M appartenant au segment [AB], puis le point P appartenant au segment [AE] tel que **AM=EP**. On construit alors le parallélépipède rectangle (pavé droit) AMNOPQRS de telle façon que AMNO soit un carré.
On note **AM = EP = *x***.



Partie A

1. Dans quel intervalle, noté I, varie x ?

2. Faire deux figures (rapidement, pas nécessairement en vraie grandeur) qui représentent le problème (mettre en évidence l'évolution du pavé droit AMNOPQRS), et qui complètent celle de l'énoncé.

3. Exprimer, en fonction de x, le volume du pavé droit AMNOPQRS.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0;6]$ par $f(x)=-x^3+6x^2$.

1. A l'aide de la calculatrice, en expliquant votre démarche, conjecturer le maximum de la fonction f sur $[0;6]$.

2. On admet que, pour tout x de $[0;6]$: $f(x)-f(4)=x^2(6-x)-32$.
Voici sept écritures de l'expression $f(x)-f(4)$, obtenues à l'aide d'un logiciel de calcul :

$x^2(6-x)-32$
$x(6x-x^2)-32$
$-x^3+6x^2-32$
$-(x+2)(x-4)^2$
$-(x^2-2x-8)(x-4)$
$(-x^2+2x+8)(x-4)$
$(-x-2)(x-4)^2$

Utiliser l'expression adaptée pour démontrer que f admet un maximum en $x=4$.
Donner la valeur de ce maximum.